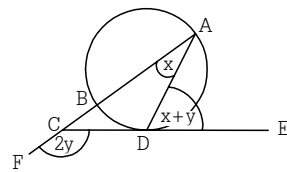


ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบเข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 1 (ตอนที่ 3/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 31 มี.ค.-22 พ.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร+วันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ทรงกลมลูกหนึ่งมีรัศมียาวเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวของกรวยกลม ถ้าใช้ครึ่งหนึ่งของลูกทรงกลมตวงน้ำใส่ในกรวยกลมก็จะเต็มพอดี ถ้าทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 9 หน่วย กรวยกลมจะสูงกี่หน่วย
 1) 3 หน่วย 2) 6 หน่วย 3) 9 หน่วย 4) 12 หน่วย
- ให้ ABCDEFGH เป็นรูปแปดเหลี่ยมมุมเท่าที่มีด้านยาว 2, $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, 6, 7, 7 และ 8 หน่วย จะมีพื้นที่กี่ตารางหน่วย
 1) $25 + 28\sqrt{2}$ ตารางหน่วย 2) $28 + 25\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
 3) $50 + 56\sqrt{2}$ ตารางหน่วย 4) $56 + 50\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ให้ x เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $\sec x - \tan x = 2$ จงหาค่าของ $\sec x + \tan x$
 1) 0.2 2) 0.3 3) 0.4 4) 0.5
- ให้ $A = 2^{2,555}$ และ $B = 3^{2,555}$ แล้วผลบวกของหลักหน่วยของ $A + B$ มีค่าตรงกับข้อใด
 1) 5 2) 7 3) 13 4) 15



วงกลมที่มี AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งต่อออกไปตัดกับเส้นสัมผัส CD ที่จุด C ถ้า $\widehat{BAD} = x$ องศา, $\widehat{ADE} = (x + y)$ องศา และ $\widehat{DCF} = (2y)$ องศา แล้ว \widehat{ADE} กางกี่องศา
 1) 30 องศา 2) 45 องศา
 3) 60 องศา 4) 75 องศา

เฉลย

- เฉลย 3)** 9 หน่วย
 ทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 9 หน่วย
 จากสูตรปริมาตรของทรงกลม คือ $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3$
 จากโจทย์ ปริมาตรกรวยกลม = $\frac{1}{2}$ ของปริมาตรทรงกลม

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3 \right]$$

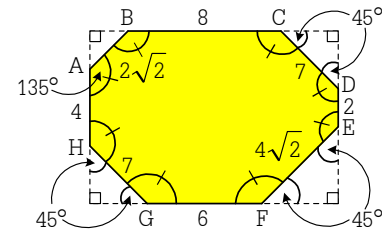
$$\frac{1}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^2 h = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3$$

$$h = 2\left(\frac{9}{2}\right)$$
 ดังนั้น $h = 9$

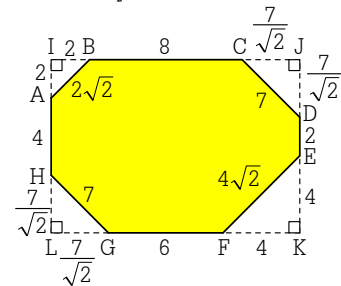
- เฉลย 3)** $50 + 56\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
 จากสูตร ผลรวมของมุมภายในรูป n เหลี่ยมใดๆ = $180(n - 2)$ องศา
 ผลรวมของมุมภายในรูป 8 เหลี่ยมใดๆ = $180(8 - 2)$ องศา = 1,080 องศา

จากโจทย์ ABCDEFGH เป็นรูป 8 เหลี่ยมมุมเท่า

จะได้มุมภายในแต่ละมุมกาง $\frac{1,080}{8} = 135$ องศา ดังรูป



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้รูป



ดังนั้น พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม = พื้นที่ $\square IJKL$ - พื้นที่ $\triangle LGH$
 - พื้นที่ $\triangle IBA$ - พื้นที่ $\triangle CDJ$
 - พื้นที่ $\triangle FKE$

$$= \left(6 + 4 + \frac{7}{\sqrt{2}}\right)\left(4 + \frac{7}{\sqrt{2}} + 2\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{7}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right)$$

$$- \left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{7}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right)$$

$$= \left(60 + \frac{70}{\sqrt{2}} + \frac{42}{\sqrt{2}} + \frac{49}{2}\right) - \frac{49}{4} - 2 - \frac{49}{4} - 8$$

$$= 50 + 56\sqrt{2} \text{ ตารางหน่วย}$$

- เฉลย 4)** 0.5
 จากเอกลักษณ์ $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
 จะได้ว่า $1 = \sec^2 x - \tan^2 x$

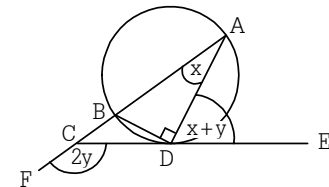
$$= (\sec x - \tan x)(\sec x + \tan x)$$

$$= 2(\sec x + \tan x)$$
 ดังนั้น $\sec x + \tan x = \frac{1}{2} = 0.5$

- เฉลย 4)** 15
 2^1 หลักหน่วย คือ 2 เลขยกกำลัง $1 \div 4$ เหลือเศษ 1
 2^2 หลักหน่วย คือ 4 เลขยกกำลัง $2 \div 4$ เหลือเศษ 2
 2^3 หลักหน่วย คือ 8 เลขยกกำลัง $3 \div 4$ เหลือเศษ 3
 2^4 หลักหน่วย คือ 6 เลขยกกำลัง $4 \div 4$ เหลือเศษ 0
 2^5 หลักหน่วย คือ 2 เลขยกกำลัง $5 \div 4$ เหลือเศษ 1
 2^6 หลักหน่วย คือ 4 เลขยกกำลัง $6 \div 4$ เหลือเศษ 2
 2^7 หลักหน่วย คือ 8 เลขยกกำลัง $7 \div 4$ เหลือเศษ 3
 2^8 หลักหน่วย คือ 6 เลขยกกำลัง $8 \div 4$ เหลือเศษ 0
 ...
 3^1 หลักหน่วย คือ 3 เลขยกกำลัง $1 \div 4$ เหลือเศษ 1
 3^2 หลักหน่วย คือ 9 เลขยกกำลัง $2 \div 4$ เหลือเศษ 2
 3^3 หลักหน่วย คือ 7 เลขยกกำลัง $3 \div 4$ เหลือเศษ 3
 3^4 หลักหน่วย คือ 1 เลขยกกำลัง $4 \div 4$ เหลือเศษ 0
 3^5 หลักหน่วย คือ 3 เลขยกกำลัง $5 \div 4$ เหลือเศษ 1
 3^6 หลักหน่วย คือ 9 เลขยกกำลัง $6 \div 4$ เหลือเศษ 2
 3^7 หลักหน่วย คือ 7 เลขยกกำลัง $7 \div 4$ เหลือเศษ 3
 3^8 หลักหน่วย คือ 1 เลขยกกำลัง $8 \div 4$ เหลือเศษ 0
 ...

พิจารณา $A = 2^{2,555}$ และ $B = 3^{2,555}$ พบว่าเลขยกกำลัง $2,555 \div 4$ เหลือเศษ คือ 3
 จะได้หลักหน่วยของ $A = 8$ และหลักหน่วยของ $B = 7$
 ดังนั้น ผลบวกของหลักหน่วยของ A และ $B = 8 + 7 = 15$

- เฉลย 4)** 75 องศา



ลาก BD จะได้ $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (มุมในครึ่งวงกลม เท่ากับ 90 องศา)
 และได้ $\widehat{BDC} = \widehat{BAD} = x$
 (มุมที่เกิดจากคอร์ดจรดเส้นสัมผัสเท่ากับมุมในส่วนโค้งที่อยู่ตรงกันข้าม)
 เนื่องจาก $\widehat{CDE} = 180^\circ$ (มุมตรงมีขนาด 180 องศา)
 แสดงว่า $x + 90^\circ + (x + y) = 180^\circ$

$$2x + y = 90^\circ \quad \dots(1)$$
 เนื่องจากมุมภายนอกของรูป \triangle เท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ประชิด
 กรณี $\triangle ACD$; $\widehat{FCD} = \widehat{CAD} + \widehat{ADC}$

$$2y = x + (x + 90^\circ)$$

$$2y = 2x + 90^\circ$$

$$y = x + 45^\circ \quad \dots(2)$$

$$(1) - (2) ; \quad 3x = 45^\circ$$

$$x = 15^\circ$$
 แทนค่า $x = 15^\circ$ ใน (2) จะได้ $y = 60^\circ$
 ดังนั้น $\widehat{ADE} = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$