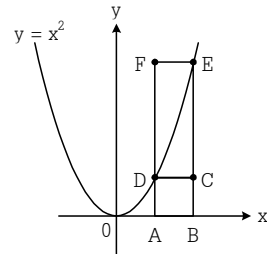


ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 3 (ตอนที่ 2/5)



โดยช่วงตั้งแต่ 13 ต.ค. 58-26 ก.พ. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1.



จากรูป จุด D และ E เป็นจุดสองจุดบนกราฟ $y = x^2$ ถ้า $\overline{DA}$ และ $\overline{EB}$ ตั้งฉากกับแกน x ที่จุด $A(k, 0)$ และ $B(2k, 0)$ แล้วอัตราส่วนพื้นที่ $\square ABEF$ กับพื้นที่ $\square ABCD$ เป็นเท่าใด

- 1) 2 : 1 2) 3 : 1 3) 4 : 1 4) 8 : 3

2. ถ้า $\frac{4x^3 - 7x^2 + Ax - 6}{4x - 3} = Bx^2 + Cx + D$ เมื่อ A, B, C และ D เป็นค่า

คงตัว แล้ว $B^2 + C^2 + D^2$ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 4 2) 6 3) 8 4) 12

3. หนังสือเล่มหนึ่งมีจำนวนไม่เกิน 100 หน้า ฉีกออก 1 แผ่นแล้วนำเลขหน้าที่เหลือของหนังสือบวกกันจะได้ 2,195 หนังสือเล่มนี้มีทั้งหมดกี่หน้า

- 1) 65 หน้า 2) 67 หน้า 3) 75 หน้า 4) 77 หน้า

4. กำหนดให้ $(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4) = -6$ จงหาค่าของ $(x - 1)^2$

- 1) 5, 6 2) 6, 7 3) 5, 7 4) 5, 8

5. ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาด **ใหญ่ที่สุด** ที่บรรจุในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย ตรงกับข้อใด

- 1) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ หน่วย 2) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ หน่วย
 3) $2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ หน่วย 4) $2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ หน่วย

เฉลย

1. เฉลย 3) 4 : 1

จากโจทย์ กำหนดกราฟพาราโบลา $y = x^2$

ที่จุด $A(k, 0)$; $y = AD = k^2$

$\therefore$ พื้นที่ $\square ABCD = AB \times k^2$

ที่จุด $B(2k, 0)$; $y = BE = (2k)^2 = 4k^2$

$\therefore$ พื้นที่ $\square ABEF = AB \times 4k^2$

$\frac{\text{พื้นที่ } \square ABEF}{\text{พื้นที่ } \square ABCD} = \frac{AB \times 4k^2}{AB \times k^2}$

$= \frac{4}{1} = 4 : 1$

2. เฉลย 2) 6

$$\begin{array}{r} \text{จาก } \frac{4x^3 - 7x^2 + Ax - 6}{4x - 3} = Bx^2 + Cx + D \\ \quad \quad \quad x^2 - x + \left(\frac{A-3}{4}\right) \\ \text{จะได้ } \begin{array}{r} 4x - 3 \overline{) 4x^3 - 7x^2 + Ax - 6} \\ \underline{4x^3 - 3x^2} \\ - 4x^2 + Ax \\ \underline{- 4x^2 + 3x} \\ (A-3)x - 6 \\ \underline{(A-3)x - 3\left(\frac{A-3}{4}\right)} \\ - 6 + 3\left(\frac{A-3}{4}\right) \end{array} \end{array}$$

$$\text{จะได้เศษ} \quad -6 + 3\left(\frac{A-3}{4}\right) = 0$$

$$3\left(\frac{A-3}{4}\right) = 6$$

$$A - 3 = 8$$

$$A = 11$$

$$\text{จากผลหาร คือ } x^2 - x + \frac{(A-3)}{4}$$

$$\text{จะได้ } B = 1, C = -1$$

$$\text{และได้ } D = \frac{A-3}{4}$$

$$= \frac{11-3}{4}$$

$$= 2$$

$$\therefore B^2 + C^2 + D^2 = 1^2 + (-1)^2 + 2^2 = 6$$

3. เฉลย 2) 67 หน้า

ให้ n แทนจำนวนหน้าของหนังสือเล่มนี้ โดย $n \leq 100$

$$\begin{array}{l} \text{จากโจทย์ จะได้ } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} > 2,195 \\ n(n+1) > 4,390 \end{array}$$

จากสมการพบว่า n ที่มีค่าน้อยที่สุด คือ $n = 66$

หาคำตอบโดยพิจารณาตรงเลขหน้าที่ถูกฉีก

ถ้า $n = 66$ ผลบวกของหน้าที่ถูกฉีก คือ $\frac{66}{2}(67) - 2,195 = 16$ ซึ่งผิด

เพราะแผ่นที่ถูกฉีกประกอบด้วยหน้าเลขคู่และเลขคี่ซึ่งมีผลบวกเป็นจำนวนคี่เท่านั้น

ถ้า $n = 67$ ผลบวกของหน้าที่ถูกฉีก คือ $\frac{67}{2}(68) - 2,195 = 83$

จะได้ หน้าที่ถูกฉีก คือ หน้า 41 และ 42

ดังนั้น หนังสือเล่มนี้มี 67 หน้า

4. เฉลย 2) 6, 7

$$\text{จาก } (x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4) = -6$$

$$[(x + 1)(x - 3)][(x + 2)(x - 4)] = -6$$

$$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) = -6$$

$$\text{ให้ } x^2 - 2x = a$$

$$(a - 3)(a - 8) = -6$$

$$a^2 - 11a + 24 = -6$$

$$a^2 - 11a + 30 = 0$$

$$(a - 6)(a - 5) = 0$$

$$\text{จะได้ } a - 5 = 0 \quad \text{หรือ} \quad a - 6 = 0$$

$$a = 5 \quad \quad \quad a = 6$$

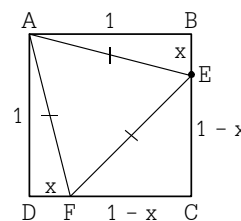
$$x^2 - 2x = 5 \quad \quad \quad x^2 - 2x = 6$$

$$x^2 - 2x + 1 = 6 \quad \quad \quad x^2 - 2x + 1 = 7$$

$$(x - 1)^2 = 6 \quad \quad \quad (x - 1)^2 = 7$$

5. เฉลย 3) $2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ หน่วย

จากโจทย์ ให้ $\triangle AEF$ เป็นรูป $\triangle$ ด้านเท่าขนาด **ใหญ่ที่สุด** ที่บรรจุในรูป $\square ABCD$



$$\text{จากรูป } \triangle ECF ; \quad (FE)^2 = (1 - x)^2 + (1 - x)^2$$

$$FE = \sqrt{2(1 - x)^2}$$

$$\text{จากรูป } \triangle ABE ; \quad AE^2 = x^2 + 1$$

$$AE = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\text{เนื่องจาก } AE = FE$$

$$\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2(1 - x)^2}$$

$$x^2 + 1 = 2(1 - x)^2$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = 2 - \sqrt{3} \quad \text{หรือ} \quad 2 + \sqrt{3}$$

เนื่องจาก $x < 1$ จะได้ $x = 2 - \sqrt{3}$

$$\text{ดังนั้น } AE = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2 + 1^2}$$

$$= 2\sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ หน่วย}$$