

ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 2 (ตอนที่ 4/5)



โดยช่วงตั้งแต่ 26 พ.ค.-9 ต.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ลูกเหล็กทรงกลมสามก้อนมีอัตราส่วนของรัศมีเป็น 3 : 2 : 1 นำมาหลอมรวมกันเป็นก้อนทรงกลม ถ้ารัศมีของก้อนทรงกลมใหม่เป็น $\sqrt[3]{a}$ เท่าของรัศมีก้อนที่เล็กที่สุด แล้ว a มีค่าเท่าใด
 1) 16 หน่วย 2) 25 หน่วย
 3) 36 หน่วย 4) 45 หน่วย
- กำหนดสมการเส้นตรง $3x - ky + 7 = 0$ ผ่านจุด (3, -1) และสมการเส้นตรง $2x - y - 4 = 0$ ผ่านจุด (3, c) จงหาค่าของ k + c
 1) -14 2) -12
 3) 12 4) 14
- วงกลมรัศมี 17 นิ้ว ตัดวงกลมรัศมี 10 นิ้ว เกิดคอร์ตรงยาว 16 นิ้ว จุดศูนย์กลางของวงกลมทั้งสองห่างกัน น้อยที่สุดกี่นิ้ว
 1) 15 นิ้ว 2) 18 นิ้ว
 3) 20 นิ้ว 4) 21 นิ้ว
- ต้นทุนในการผลิตหนังสือ 1 เล่ม เท่ากับ 30 บาท ถ้าขายหนังสือนี้ราคาเล่มละ x บาท จะขายหนังสือได้ $120 - x$ เล่มต่อสัปดาห์ ถ้าต้องการกำไรมากที่สุด ในหนึ่งสัปดาห์จะต้องขายหนังสือเล่มละเท่าใด
 1) 50 บาท 2) 65 บาท
 3) 75 บาท 4) 80 บาท
- ขายสินค้า 2 ชิ้น ราคาชิ้นละ 9,999 บาท ชิ้นแรกได้กำไร 10% ชิ้นที่สองขาดทุน 10% ถ้าขายไปทั้งสองชิ้นแล้วได้กำไรหรือขาดทุนกี่บาท
 1) ขาดทุน 10 บาท 2) ขาดทุน 202 บาท
 3) กำไร 10 บาท 4) กำไร 202 บาท
- กำหนดให้ $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 3$ จงหาค่า x
 1) $9 - 4\sqrt{3}$ 2) $9 + 4\sqrt{3}$
 3) $9 - 4\sqrt{5}$ 4) $9 + 4\sqrt{5}$

เฉลย

- เฉลย 3) 36 หน่วย
 ให้ r_1, r_2 และ r_3 แทนรัศมีของลูกเหล็กทรงกลมทั้งสามก้อน
 จะได้ว่า $r_1 = k$ หน่วย, $r_2 = 2k$ หน่วย, $r_3 = 3k$ หน่วย เมื่อ k = ค่าคงตัว
 จากโจทย์จะได้ว่า
 ปริมาตรก้อนทรงกลมที่หลอมขึ้นใหม่ = ปริมาตรลูกเหล็ก 3 ลูกรวมกัน

$$\frac{4}{3}\pi(\sqrt[3]{a}k)^3 = \frac{4}{3}\pi(k)^3 + \frac{4}{3}\pi(2k)^3 + \frac{4}{3}\pi(3k)^3$$

$$a = 1^3 + 2^3 + 3^3$$
 ดังนั้น a = 36 หน่วย

- เฉลย 1) -14
 แทนค่า $x = 3, y = -1$ ในสมการ $3x - ky + 7 = 0$
 จะได้ $3(3) - k(-1) + 7 = 0$
 $16 + k = 0$
 $k = -16$
 แทนค่า $x = 3, y = c$ ในสมการ $2x - y - 4 = 0$
 จะได้ $2(3) - c - 4 = 0$
 $2 - c = 0$
 $c = 2$
 $\therefore k + c = -16 + 2 = -14$

- เฉลย 4) 21 นิ้ว

 จากรูป ให้ A เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมี 17 นิ้ว
 B เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม รัศมี 10 นิ้ว
 \overline{MN} เป็นคอร์ตรงยาว 16 นิ้ว
 จะได้ \overline{AB} แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ \overline{MN} นั่นคือ $\overline{MC} = 16 \div 2 = 8$ นิ้ว
 ΔACM ; $AC = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{15^2} = 15$ นิ้ว
 ΔBCM ; $BC = \sqrt{(10)^2 - 8^2} = \sqrt{6^2} = 6$ นิ้ว
 จุด A และ B ห่างกันน้อยที่สุดเท่ากับระยะ $\overline{AB} = 15 + 6 = 21$ นิ้ว

- เฉลย 3) 75 บาท
 ขายหนังสือ $(120 - x)$ เล่ม ได้กำไรเล่มละ $x - 30$ บาท
 ให้ y แทนกำไร

$$y = (120 - x)(x - 30)$$

$$y = -x^2 + 150x - 3,600$$
 จุดยอด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) = \left(-\frac{150}{2(-1)}, \frac{4(-1)(-3,600) - (150)^2}{4(-1)}\right)$
 $= (75, 2,025)$
 นั่นคือ ขายหนังสือเล่มละ 75 บาท จะได้กำไรมากที่สุดต่อสัปดาห์เป็น 2,025 บาท

- เฉลย 2) ขาดทุน 202 บาท
 ขายสินค้าชิ้นแรกได้กำไร 10% คือ
 ขาย 110 บาท ทุน 100 บาท
 ขาย 9,999 บาท ทุน $\frac{100 \times 9,999}{110} = 9,090$ บาท
 ชิ้นแรกได้กำไร $9,999 - 9,090 = 909$ บาท
 ขายสินค้าชิ้นที่ 2 ขาดทุน 10% คือ
 ขาย 90 บาท ทุน 100 บาท
 ขาย 9,999 บาท ทุน $\frac{100 \times 9,999}{90} = 11,110$ บาท
 ชิ้นที่ 2 ขาดทุน $11,110 - 9,999 = 1,111$ บาท
 ดังนั้น ขาย 2 ชิ้น ขาดทุน $1,111 - 909 = 202$ บาท

- เฉลย 4) $9 + 4\sqrt{5}$
 จากโจทย์ $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 3$
 ยกกำลังสามทั้ง 2 ข้าง $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3 = 3^3$
 $x + 3(\sqrt[3]{x})^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 3(\sqrt[3]{x}) \cdot \frac{1}{(\sqrt[3]{x})^2} + \frac{1}{x} = 27$
 $x + 3\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x} = 27$
 $x + \frac{1}{x} + 3\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) = 27$
 $x + \frac{1}{x} + 3(3) = 27$
 $x + \frac{1}{x} = 18 \dots(1)$

- สมการ (1) ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 18^2$
 $x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 324$
 $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 324$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 322$
 $x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 322 - 2x \cdot \frac{1}{x}$
 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 322 - 2$
 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 320$
 $x - \frac{1}{x} = \sqrt{320}$
 $x - \frac{1}{x} = 8\sqrt{5} \dots(2)$

นำ (1) + (2); $\left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right) = 18 + 8\sqrt{5}$
 $2x = 18 + 8\sqrt{5}$
 $x = 9 + 4\sqrt{5}$