ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 2 (ตอนที่ 1/5)

โดยช่วงตั้งแต่ 26 พ.ค.-9 ต.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมบนระนาบแกน x แกน y ที่ล้อมรอบด้วยสมการเส้นตรง $2x + y - 1 = 0$, $ax - 3y - 15 = 0$ และ $x - 3 = 0$ มีพื้นที่เท่ากับ $\frac{3}{4}$ ตารางหน่วย แล้วจงหาค่า a

1) 1 2) $\frac{3}{2}$ 3) 2 4) 4

2. กำหนด x, y และ z เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$x^2(y+z)^2 = (3x^2+x+1)y^2z^2$$
$$y^2(x+z)^2 = (4y^2+y+1)x^2z^2$$
$$z^2(x+y)^2 = (5z^2+z+1)x^2y^2$$

แล้ว $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

3. แก้วยืนอยู่ภายนอกตึกแห่งหนึ่งสามารถมองเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย 60 องศา กล้ายืนอยู่บนยอดตึกอีกหลังหนึ่งซึ่งอยู่ตรงกันข้ามกับตึกแรกและเป็นตึกที่มีความสูงน้อยกว่าตึกแรก กล้าสามารถมองเห็นยอดตึกแรกเป็นมุมเงย 30 องศา ถ้าแก้วอยู่ห่างจากตึกหลังที่สอง 60 เมตร และตึกหลังที่สองนี้สูง 20 เมตร จงหาความสูงของตึกหลังแรก

1) 82 เมตร 2) 81 เมตร 3) 79 เมตร 4) 77 เมตร

4. ค่าของ x จากสมการ $2\sin 30^\circ + \frac{x}{3}\tan 45^\circ - \frac{x}{2}\cos 60^\circ = 2$ ตรงกับข้อใด

1) 12 2) 24 3) 36 4) 48

เฉลย

1. เฉลย 3) 2

ให้ L_1 คือ $2x + y - 1 = 0$

L_2 คือ $ax - 3y - 15 = 0$

L_3 คือ $x - 3 = 0$

หาจุดตัดระหว่าง L_1 กับ L_3

จาก L_3 แทนค่า $x = 3$ ใน L_1

จะได้ $2(3) + y - 1 = 0$

$y = -5$

จะได้จุดตัด คือ $(3, -5)$

หาจุดตัดระหว่าง L_2 กับ L_3

แทนค่า $x = 3$ ใน L_2

จะได้ $a \cdot 3 - 3y - 15 = 0$

$3(a - y) = 15$

$a - y = 5$

$a - 5 = y$

จะได้จุดตัด คือ $(3, a - 5)$

หาจุดตัดระหว่าง L_1 กับ L_2

$2x + y - 1 = 0$ ...(1)

$ax - 3y - 15 = 0$ ...(2)

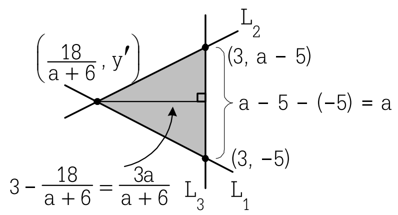
$3 \times (1)$; $6x + 3y - 3 = 0$ ...(3)

$(3) + (2)$; $ax + 6x - 18 = 0$

$(a + 6)x = 18$

$x = \frac{18}{a+6}$

จะได้จุดตัด คือ $\left(\frac{18}{a+6}, y'\right)$



จากรูป จะได้ ฐานยาวเท่ากับ a หน่วย และสูงเท่ากับ $\frac{3a}{a+6}$ หน่วย

จากสูตร พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

แทนค่า $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{3a}{a+6}$

$\frac{1}{2} = \frac{a^2}{a+6}$

$a + 6 = 2a^2$

$2a^2 - a - 6 = 0$

$(2a + 3)(a - 2) = 0$

$a = -\frac{3}{2}, 2$

2. เฉลย 4) 4

จากสมการ $x^2(y+z)^2 = (3x^2+x+1)y^2z^2$

$$\frac{(y+z)^2}{y^2z^2} = \frac{3x^2+x+1}{x^2}$$

$$\frac{y^2+2yz+z^2}{y^2z^2} = 3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{z^2} + \frac{2}{yz} + \frac{1}{y^2} = 3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

จะได้ $\frac{1}{z^2} + \frac{2}{yz} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 3 = 0$ ...(1)

ในทำนองเดียวกัน

จากสมการ $y^2(x+z)^2 = (4y^2+y+1)x^2z^2$

จะได้ $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xz} + \frac{1}{z^2} - \frac{1}{y^2} - \frac{1}{y} - 4 = 0$ ...(2)

และจากสมการ $z^2(x+y)^2 = (5z^2+z+1)x^2y^2$

จะได้ $\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z} - 5 = 0$ ...(3)

(1)+(2)+(3) ; $\frac{1}{z^2}+\frac{2}{yz}-\frac{1}{x}+\frac{2}{xz}-\frac{1}{y}+\frac{1}{x^2}+\frac{2}{xy}+\frac{1}{y^2}-\frac{1}{z}-12 = 0$

$$\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2}{xy}+\frac{2}{xz}+\frac{2}{yz}\right) - \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) - 12 = 0$$

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2 - \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) - 12 = 0$$

$$\left[\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-4\right]\left[\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+3\right] = 0$$

จะได้ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} = 4, -3$

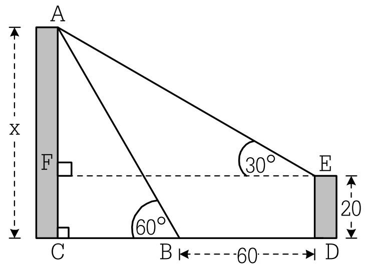
ดังนั้น $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} = 4$ ($\because$ x, y, z เป็นจำนวนจริงบวก)

3. เฉลย 1) 82 เมตร

ให้ AC แทนความสูงของตึกหลังแรก = x เมตร

DE แทนความสูงของตึกหลังที่สอง = 20 เมตร

B และ E เป็นตำแหน่งที่แก้วและกล้าสังเกตยอดตึกหลังแรก



Δ AEF ; $\cot 30^\circ = \frac{EF}{AF}$ (EF = CD)

$CD = \sqrt{3}(x - 20)$ ...(1)

Δ ABC ; $\cot 60^\circ = \frac{BC}{AC}$

$BC = \frac{x}{\sqrt{3}}$ ...(2)

(1) − (2) ; $CD - BC = \sqrt{3}(x - 20) - \frac{x}{\sqrt{3}}$

$60 = \sqrt{3}(x - 20) - \frac{x}{\sqrt{3}}$

$60\sqrt{3} = 3x - 60 - x$

$2x = 60(\sqrt{3} + 1)$

$x = 30(\sqrt{3} + 1) = 81.96$ เมตร

4. เฉลย 1) 12

$2\sin 30^\circ + \frac{x}{3}\tan 45^\circ - \frac{x}{2}\cos 60^\circ = 2$

$2\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{x}{3}(1) - \frac{x}{2}\left(\frac{1}{2}\right) = 2$

$1 + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2$

$\frac{x}{12} = 1$

$x = 12$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com