

ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 12 (ตอนที่ 2/5)



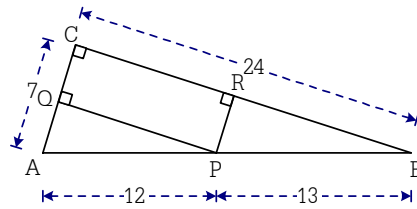
โดยช่วงตั้งแต่ 30 ต.ค. 61-1 มี.ค. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ค่าของ $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$ ตรงกับข้อใด
 1) 1 2) $\sqrt{2}$ 3) 2 4) 4
- กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี AC = 7 หน่วย และ BC = 24 หน่วย ให้ P เป็นจุดบนด้าน AB ที่ทำให้ AP = 12 หน่วย และ PB = 13 หน่วย ลาก PQ \perp AC และ PR \perp BC แล้วความยาวเส้นรอบรูปของ \square PQCR ตรงกับข้อใดต่อไปนี้
 1) 30.32 หน่วย 2) 29.52 หน่วย
 3) 28.72 หน่วย 4) 27.92 หน่วย
- ค่าของ $\frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120} + \dots + \frac{1}{n^3 + 3n^2 + 2n} + \dots$ ตรงกับข้อใด
 1) 1 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{4}$
- เรือลำหนึ่งมองเห็นยอดอาคารเป็นมุมเงย 30° เมื่อแล่นเข้าหาอาคารเป็นระยะทาง $8\sqrt{3}$ เมตร จะเห็นยอดอาคารเป็นมุมเงย 60° ความสูงของอาคารตรงกับข้อใด
 1) 9 เมตร 2) 10 เมตร 3) 11 เมตร 4) 12 เมตร
- เชือกเส้นหนึ่งยาว l เมตร ตัดเชือกเส้นนี้เป็น 2 ส่วน ส่วนแรกนำไปขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ส่วนที่สองนำไปขดเป็นรูปวงกลม ถ้าพื้นที่รวมของทั้งสองรูปมีค่าน้อยที่สุด แล้วรัศมีของรูปวงกลมมีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
 1) $\frac{l}{2(4+\pi)}$ เมตร 2) $\frac{l}{4+\pi}$ เมตร
 3) $\frac{l}{4(2+\pi)}$ เมตร 4) $\frac{l}{2+\pi}$ เมตร

เฉลย

1. เฉลย 2) $\sqrt{2}$
 ให้ A แทน $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ และ B แทน $\sqrt{3-\sqrt{5}}$
 $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
 $= A^2 + B^2 - 2AB$
 $= (\sqrt{3+\sqrt{5}})^2 + (\sqrt{3-\sqrt{5}})^2 - 2\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$
 $= 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - 2\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2}$
 $= 6 - 2\sqrt{4}$
 $= 2$
 $\therefore A - B = \sqrt{2}$

2. เฉลย 1) 30.32 หน่วย
 สามเหลี่ยม ABC มี $AB^2 = AC^2 + BC^2$ [$\because (12 + 13)^2 = (7)^2 + (24)^2$] จึงได้ $\hat{A}CB$ เป็นมุมฉาก (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส) และได้ว่า \square PQCR เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



$\because \triangle APQ \sim \triangle ABC$

$$\frac{PQ}{AP} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{PQ}{12} = \frac{24}{25}$$

$$\therefore PQ = \frac{288}{25} \text{ หน่วย}$$

$\because \triangle PBR \sim \triangle ABC$

$$\frac{PR}{PB} = \frac{AC}{AB}$$

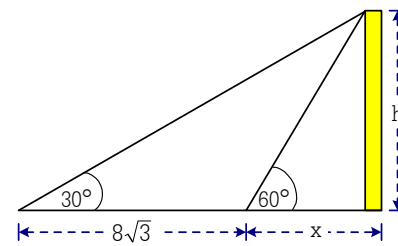
$$\frac{PR}{13} = \frac{7}{25}$$

$$\therefore PR = \frac{91}{25} \text{ หน่วย}$$

จะได้ว่าความยาวของเส้นรอบรูป \square PQCR เท่ากับ $2\left(\frac{288}{25} + \frac{91}{25}\right) = 30.32$ หน่วย

3. เฉลย 4) $\frac{1}{4}$
 เนื่องจาก $\frac{1}{n^3 + 3n^2 + 2n} = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
 $= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right]$
 ดังนั้น $\frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120} + \dots$
 $= \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$
 $= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} \right) + \left(\frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} \right) + \left(\frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} \right) + \dots \right]$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{4}$

4. เฉลย 4) 12 เมตร



จากรูป $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{8\sqrt{3} + x}$ จะได้ $8 + \frac{x}{\sqrt{3}} = h \dots(1)$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{h}{x}$ จะได้ $\sqrt{3}x = h \dots(2)$

(1) = (2); $8 + \frac{x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}x$

$$8 = \frac{3x - x}{\sqrt{3}}$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

แทน x ใน (2); $h = \sqrt{3}(4\sqrt{3}) = 12$

5. เฉลย 1) $\frac{l}{2(4+\pi)}$ เมตร

สมมติให้รัศมีของวงกลมเป็น x เมตร

ดังนั้นต้องใช้เชือก $2\pi x$ เมตร และได้พื้นที่วงกลม πx^2 ตารางเมตร

\therefore เหลือเชือก $l - 2\pi x$ เมตร นำไปขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้พื้นที่

$$\left(\frac{l - 2\pi x}{4}\right)^2 = \frac{l^2 - 4\pi lx + 4\pi^2 x^2}{16} \text{ ตารางเมตร}$$

ให้ $A = \text{พื้นที่วงกลม} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส}$

$$= \pi x^2 + \frac{l^2 - 4\pi lx + 4\pi^2 x^2}{16}$$

$$= \left(\pi + \frac{\pi^2}{4}\right)x^2 - \frac{\pi l}{4}x + \frac{l^2}{16}$$

$\therefore A$ จะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $x = -\frac{\left(-\frac{\pi l}{4}\right)}{2\left(\pi + \frac{\pi^2}{4}\right)}$

$$= \frac{l}{2(4+\pi)} \text{ เมตร}$$

หมายเหตุ : พาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a > 0$ มีค่าน้อยที่สุด

เมื่อ $x = -\frac{b}{2a}$