นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันพุธที่ 24 ตุลาคม 2561

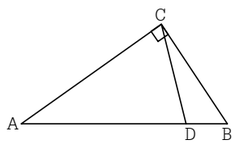
ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 11 (ตอนที่ 5/5)

โดยช่วงตั้งแต่ 3 ก.ค.-26 ต.ค. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. กำหนดให้ $x^2 + x - 2$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของพหุนาม $2x^3 + ax^2 - x + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง แล้ว $a^2 + b^2$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) 11 2) 25
3) 61 4) 89

2.



กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี C เป็นมุมฉาก ดังรูป ถ้า AB = 10 หน่วย, BC = 6 หน่วย และพื้นที่สามเหลี่ยม CBD เป็น 4.8 ตารางหน่วย ค่าของ BD มีค่าตรงกับข้อใด

1) $\frac{1}{2}$ หน่วย 2) 1 หน่วย
3) $\frac{3}{2}$ หน่วย 4) 2 หน่วย

3. กำหนดพาราโบลา $y = 2x^2 + 8x + 10$ มีจุดวกกลับที่ A ถ้า P และ Q เป็นจุดบนพาราโบลา ซึ่ง $\overline{PQ}$ ขนานกับแกน x และ APQ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม APQ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย 2) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
3) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย 4) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย

4. ถ้า n เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $n^2 + 4n + 17$ มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม แล้วจำนวน n ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีกี่จำนวน

1) 1 2) 2
3) 3 4) 4

เฉลย

1. เฉลย 3) 61

แยกตัวประกอบของ $x^2 + x - 2$ ได้ $(x - 1)(x + 2)$

เพราะว่า $x^2 + x - 2$ เป็นตัวประกอบของ $2x^3 + ax^2 - x + b$

ดังนั้น $(x - 1)$ และ $(x + 2)$ เป็นตัวประกอบของ $2x^3 + ax^2 - x + b$

จะได้ $2(1)^3 + a(1)^2 - 1 + b = 0$

$a + b = -1$ ...(1)

และ $2(-2)^3 + a(-2)^2 + 2 + b = 0$

$4a + b = 14$ ...(2)

(2) − (1) ; $3a = 15$

$a = 5$

แทนค่า a = 5 ใน (1) ; $b = -6$

$\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2$

$= 25 + 36$

$= 61$

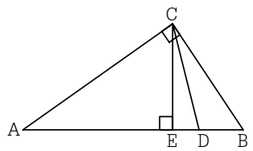
2. เฉลย 4) 2 หน่วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$

$= \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

จากจุด C ลากเส้นตรงตั้งฉากกับ AB ที่จุด E



$\because \Delta ABC \sim \Delta ACE$

$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CE}$

$\frac{10}{6} = \frac{8}{CE}$

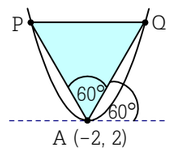
$\therefore CE = 4.8$

พื้นที่สามเหลี่ยม CBD $= \frac{1}{2} \times BD \times CE$

$4.8 = \frac{1}{2} \times BD \times 4.8$

$\therefore BD = 2$

3. เฉลย 3) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย



หาจุดวกกลับ A ; $\because y = 2x^2 + 8x + 10$

$= 2(x^2 + 4x + 4) + 2$

$= 2(x + 2)^2 + 2$

$\therefore$ จุด A เป็นกราฟของคู่อันดับ (−2, 2)

ให้ $\overline{PQ}$ ขนานกับแกน x และ APQ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

หาจุด Q สังเกตว่า $\overline{AQ}$ ทำมุม 60 องศากับแกน x และผ่านจุด (−2, 2)

ความชันของเส้นตรง AQ หรือ $m_{AQ} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$\therefore$ สมการเส้นตรง $\overline{AQ}$ คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = \sqrt{3}(x + 2)$

$= \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$

$y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} + 2$

หาจุดตัดระหว่างเส้นตรง AQ กับพาราโบลา ;

$2x^2 + 8x + 10 = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} + 2$

$2x^2 + (8 - \sqrt{3})x + 8 - 2\sqrt{3} = 0$

$(x + 2)(2x + 4 - \sqrt{3}) = 0$

$\therefore x = -2, \frac{\sqrt{3} - 4}{2}$

แทนค่า x ในสมการ $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} + 2$ จะได้ $y = 2, \frac{7}{2}$

$\therefore$ จุดตัดคือ (−2, 2) และ $\left(\frac{\sqrt{3} - 4}{2}, \frac{7}{2}\right)$

$\therefore$ จุด Q เป็นกราฟของคู่อันดับ $\left(\frac{\sqrt{3} - 4}{2}, \frac{7}{2}\right)$

หาจุด P ; เนื่องจาก $\overline{PQ}$ ขนานแกน x ดังนั้นจุด P คือ จุดที่ได้จากการสะท้อนจุด Q ข้ามแกนสมมาตร x = −2 ของพาราโบลา

$\therefore$ จุด P เป็นกราฟของคู่อันดับ $\left(\frac{-\sqrt{3} - 4}{2}, \frac{7}{2}\right)$

$\therefore$ ระยะ PQ $= \left|\frac{\sqrt{3} - 4}{2} - \left(\frac{-\sqrt{3} - 4}{2}\right)\right| = \sqrt{3}$ หน่วย

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า APQ มีพื้นที่ $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย

4. เฉลย 2) 2

ให้ n และ k เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง

$\sqrt{n^2 + 4n + 17} = |k|$

$\therefore n^2 + 4n + 17 = k^2$

$(n^2 + 4n + 4) + 13 = k^2$

$(n + 2)^2 + 13 = k^2$

$13 = k^2 - (n + 2)^2$

$= (k - n - 2)(k + n + 2)$

เนื่องจาก 13 เป็นจำนวนเฉพาะ จึงแบ่งพิจารณาได้ 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 : $k - n - 2 = 1$ และ $k + n + 2 = 13$ จะได้ $n = 4$, $k = 7$

กรณีที่ 2 : $k - n - 2 = 13$ และ $k + n + 2 = 1$ จะได้ $n = -8$, $k = 7$

กรณีที่ 3 : $k - n - 2 = -1$ และ $k + n + 2 = -13$ จะได้ $n = -8$, $k = -7$

กรณีที่ 4 : $k - n - 2 = -13$ และ $k + n + 2 = -1$ จะได้ $n = 4$, $k = -7$

$\therefore$ มีเพียง n = 4 และ n = −8 ที่ทำให้ $n^2 + 4n + 17$ มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น จำนวน n ที่เป็นไปได้ทั้งหมด คือ 2 จำนวน

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com