

ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 10 (ตอนที่ 4/5)



โดยช่วงตั้งแต่ 6 มี.ค.-29 มิ.ย. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- จุด A, B และ C ในข้อใด เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม
 - A(-2, 1), B(-3, 2), C(3, 10)
 - A(1, 5), B(-2, -1), C(-1, 1)
 - A(0, -2), B(4, 2), C(2, 0)
 - A(-1, 2), B(4, -13), C(0, -1)
- กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 ที่ทำให้ 3 เป็นรากตัวหนึ่งของสมการ $ax^2 + bx + a = 0$ ผลบวกของรากทั้งสองของสมการดังกล่าวตรงกับข้อใด
 - $\frac{10}{3}$
 - $\frac{11}{3}$
 - $\frac{10}{4}$
 - $\frac{11}{4}$
- กำหนด $L_1 : 2x + 3y - 6 = 0$ ตัดแกน x ที่จุด A และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (-3, 1) และตั้งฉากกับ L_1 ถ้า L_2 ตัดแกน x ที่จุด B และตัด L_1 ที่จุด C แล้วพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับกี่ตารางหน่วย
 - $\frac{400}{39}$
 - $\frac{200}{39}$
 - $\frac{40}{39}$
 - $\frac{20}{39}$
- กำหนด $\sqrt[3]{2x+1} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{x+2}$ ผลรวมค่า x ทั้งหมดที่เป็นไปได้ตรงกับข้อใดต่อไปนี้
 - $-\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{3}{2}$
 - $-\frac{3}{2}$

เฉลย

- เฉลย 1) A(-2, 1), B(-3, 2), C(3, 10)
 จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้ เมื่อจุดยอด A, B และ C ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
 จุด A, B และ C จะไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกันเมื่อ $m(\overline{AB}) \neq m(\overline{BC})$
ตัวเลือก 1) ;
 $m(\overline{AB}) = \frac{1-2}{-2-(-3)} = -1 \neq \frac{4}{3} = \frac{10-2}{3-(-3)} = m(\overline{BC})$
ตัวเลือก 2) ;
 $m(\overline{AB}) = \frac{-1-5}{-2-1} = 2 = 2 = \frac{1-(-1)}{-1-(-2)} = m(\overline{BC})$

ตัวเลือก 3) ;
 $m(\overline{AB}) = \frac{2-(-2)}{4-0} = 1 = 1 = \frac{0-2}{2-4} = m(\overline{BC})$
ตัวเลือก 4) ;
 $m(\overline{AB}) = \frac{-13-2}{4-(-1)} = -3 = -3 = \frac{-1-(-13)}{0-4} = m(\overline{BC})$
 \therefore จุด A, B และ C ในตัวเลือก 1) สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้

2. เฉลย 1) $\frac{10}{3}$
 ถ้า 3 เป็นรากของสมการ $ax^2 + bx + a = 0$
 แทนค่า $x = 3$ จะได้ว่า $9a + 3b + a = 0$ นั่นคือ $b = -\frac{10}{3}a$
 เนื่องจาก สมการ $ax^2 + bx + c = 0$
 มีรากของสมการเป็น $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 ดังนั้น สมการโจทย์ คือ $ax^2 - \frac{10}{3}ax + a = 0$ จะมีรากของสมการเป็น

$$x = \frac{\frac{10}{3}a \pm \sqrt{\frac{100a^2}{9} - 4a^2}}{2a}$$

$$= \frac{5}{3} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{100-36}{9}}$$

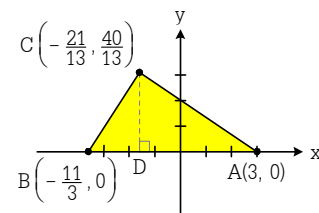
$$= \frac{5}{3} \pm \frac{4}{3}$$
 ดังนั้น ผลบวกของรากของสมการ คือ $(\frac{5}{3} + \frac{4}{3}) + (\frac{5}{3} - \frac{4}{3}) = \frac{10}{3}$

3. เฉลย 1) $\frac{400}{39}$
หาจุด A ; กำหนด $L_1 : 2x + 3y - 6 = 0$ ตัดแกน x ที่จุด A
 แทนค่า $y = 0$ ใน $L_1 ; 2x + 3(0) - 6 = 0$ จะได้ $x = 3$
 \therefore จุด A เป็นกราฟของคู่อันดับ (3, 0)
หาสมการ L_2 ; เนื่องจาก L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (-3, 1) และตั้งฉากกับ L_1
 \therefore ความชัน $L_2 = \frac{-1}{\text{ความชัน } L_1} = \frac{-1}{(-\frac{2}{3})} = \frac{3}{2}$
 จากสูตร $y - y_1 = m(x - x_1)$
 แทนค่า $y - 1 = \frac{3}{2}[x - (-3)]$
 จะได้ $L_2 : 3x - 2y + 11 = 0$

หาจุด B ; สมการ $L_2 : 3x - 2y + 11 = 0$ ตัดแกน x ที่จุด B
 แทนค่า $y = 0$ ใน $L_2 ; 3x - 2(0) + 11 = 0$ จะได้ $x = -\frac{11}{3}$
 \therefore จุด B เป็นกราฟของคู่อันดับ $(-\frac{11}{3}, 0)$

หาจุด C ; สมการ $L_1 : 2x + 3y - 6 = 0$ ตัดสมการ $L_2 : 3x - 2y + 11 = 0$ ที่จุด C
 แก้สมการ L_1 และ L_2 โดยใช้ $2L_1 + 3L_2$ จะได้ $x = -\frac{21}{13}$
 แทนค่า $x = -\frac{21}{13}$ ในสมการ L_1 (หรือ L_2) จะได้ $y = \frac{40}{13}$
 \therefore จุด C เป็นกราฟของคู่อันดับ $(-\frac{21}{13}, \frac{40}{13})$

หาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times AB \times CD \\ &= \frac{1}{2} \times \left(3 - \left(-\frac{11}{3}\right)\right) \times \frac{40}{13} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{20}{3} \times \frac{40}{13} = \frac{400}{39} \end{aligned}$$

4. เฉลย 4) $-\frac{3}{2}$

พิจารณา $a + b + c = 0$
 $a + b = -c$
 $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = -c^3$
 $a^3 + b^3 + c^3 = -3a^2b - 3ab^2$
 $= -3ab(a + b)$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
 จากโจทย์ $\sqrt[3]{2x+1} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{x+2}$
 $\sqrt[3]{2x+1} + \sqrt[3]{1-x} - \sqrt[3]{x+2} = 0$
 จะได้ $(\sqrt[3]{2x+1})^3 + (\sqrt[3]{1-x})^3 - (\sqrt[3]{x+2})^3$
 $= 3\sqrt[3]{2x+1} \sqrt[3]{1-x} (-\sqrt[3]{x+2})$
 $(2x+1) + (1-x) - (x+2) = -3\sqrt[3]{(2x+1)(1-x)(x+2)}$
 $0 = -3\sqrt[3]{(2x+1)(1-x)(x+2)}$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}, 1, -2$

ดังนั้น ผลรวมค่า x ทั้งหมด คือ $(-\frac{1}{2}) + (1) + (-2) = -\frac{3}{2}$