ตะลุยโจทย์ ม.3
เพื่อเตรียมสอบ ONET+เข้า ม.4
วิชา คณิตศาสตร์
ชุดที่ 10 (ตอนที่ 2/5)

โดยช่วงตั้งแต่ 6 มี.ค.-29 มิ.ย. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. กำหนด $x + \frac{1}{x} = a$ และ $y - \frac{1}{y} = b$ ค่าของ $(x^2 + y^2)\left(1 + \frac{1}{x^2y^2}\right)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) $a^2 + b^2$ 2) $(a^2 + b^2)(1 + ab)$

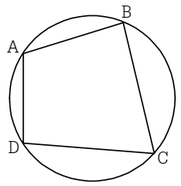
3) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 4) $(a + b)^2$

2. ถังน้ำทรงกระบอกมีรัศมี r หน่วยบรรจุน้ำไว้เต็ม ถ้าค่อยๆ ปล่อยลูกแก้วทรงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง $\frac{r}{2}$ หน่วย ลงในถังน้ำจำนวน n ลูก เมื่อนำลูกแก้วทั้งหมดออกปรากฏว่าปริมาตรน้ำในถังเหลือ $\frac{1}{4}$ ของปริมาตรน้ำเดิม ความสูงของถังน้ำตรงกับข้อใด

1) $\frac{n}{4}$ หน่วย 2) $\frac{n}{9}$ หน่วย

3) $\frac{n}{16}$ หน่วย 4) $\frac{n}{25}$ หน่วย

3.



กำหนด ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ถ้า $m(B\hat{A}D) = 2m(A\hat{B}C) = 3m(B\hat{C}D)$ แล้ว $m(C\hat{D}A)$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 45° 2) 67.5°

3) 112.5° 4) 135°

4. จุด A, B และ C ในข้อใด**ไม่**อยู่บนวงกลมวงเดียวกัน

1) A(1, 3), B(3, 4), C(2, 6)

2) A(−1, 2), B(4, −3), C(−6, 7)

3) A(−3, −4), B(6, 5), C(7, 4)

4) A(−2, 1), B(−3, 2), C(5, 10)

5. ผลรวมของสัมประสิทธิ์ของพหุนาม $(1 + x)^2(2 + x)(3 + x)^2(4 + x) \ldots (99 + x)^2(100 + x)$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

กำหนด $n! = n(n - 1)(n - 2) \ldots (3)(2)(1)$

1) $2^{50}(50!)(100!)$ 2) $2^{50}(50!)(101!)$

3) $2^{50}(150!)$ 4) $2^{50}(151!)$

เฉลย

1. เฉลย 1) $a^2 + b^2$

จาก $x + \frac{1}{x} = a$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = a^2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = a^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 \quad \ldots(1)$$

จาก $y - \frac{1}{y} = b$

$$\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = b^2$$

$$y^2 - 2 + \frac{1}{y^2} = b^2$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} = b^2 + 2 \quad \ldots(2)$$

$$(1) + (2);\quad x^2 + \frac{1}{x^2} + y^2 + \frac{1}{y^2} = a^2 - 2 + b^2 + 2$$

$$x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = a^2 + b^2$$

$$(x^2 + y^2) + \frac{x^2 + y^2}{x^2y^2} = a^2 + b^2$$

$$(x^2 + y^2)\left(1 + \frac{1}{x^2y^2}\right) = a^2 + b^2$$

2. เฉลย 2) $\frac{n}{9}$ หน่วย

ปริมาตรน้ำเต็มถังรูปทรงกระบอก คือ πr^2h

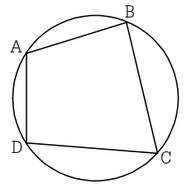
ใส่ลูกแก้วทรงกลมจำนวน n ลูกแทนที่น้ำ ทำให้ปริมาตรน้ำในถังเหลือ $\frac{1}{4}$ ของปริมาตรเดิม

ดังนั้น ปริมาตรลูกแก้วทั้งหมด คือ $\pi r^2h - \frac{1}{4}\pi r^2h = \frac{3}{4}\pi r^2h$

จะได้สมการ $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{4}\right)^2 n = \frac{3}{4}\pi r^2h$

$$\therefore\ h = \frac{n}{9}$$

3. เฉลย 3) 112.5°



$\because$ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ดังนั้นผลรวมมุมตรงข้ามได้ 180 องศา

$$\therefore\ m(B\hat{A}D) + m(B\hat{C}D) = 180^\circ$$

$$3m(B\hat{C}D) + m(B\hat{C}D) = 180^\circ$$

$$4m(B\hat{C}D) = 180^\circ$$

$$3m(B\hat{C}D) = \frac{3}{4}(180^\circ) = 135^\circ$$

จากโจทย์ $2m(A\hat{B}C) = 3m(B\hat{C}D) = 135^\circ$

$$\therefore\ m(A\hat{B}C) = 67.5^\circ$$

$$\because\ m(C\hat{D}A) + m(A\hat{B}C) = 180^\circ$$

$$\therefore\ m(C\hat{D}A) = 180^\circ - m(A\hat{B}C)$$

$$= 180^\circ - 67.5^\circ = 112.5^\circ$$

4. เฉลย 2) A(−1, 2), B(4, −3), C(−6, 7)

จากทฤษฎีบท จุดสามจุดใดๆ ที่**ไม่**อยู่บนเส้นตรงเดียวกันจะมีวงกลมล้อมรอบเสมอ ดังนั้น จุด A, B และ C ที่**ไม่**อยู่บนวงกลมเดียวกัน จะอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

$\because$ จุด A, B และ C จะอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เมื่อความชัน $\overline{AB}$ = ความชัน $\overline{BC}$

พิจารณา 1) ความชัน $\overline{AB} = \frac{4-3}{3-1} = \frac{1}{2}$

และความชัน $\overline{BC} = \frac{6-4}{2-3} = -2$

2) ความชัน $\overline{AB} = \frac{-3-2}{4-(-1)} = -1$

และความชัน $\overline{BC} = \frac{7-(-3)}{-6-4} = -1$

3) ความชัน $\overline{AB} = \frac{5-(-4)}{6-(-3)} = 1$

และความชัน $\overline{BC} = \frac{4-5}{7-6} = -1$

4) ความชัน $\overline{AB} = \frac{2-1}{(-3)-(-2)} = -1$

และความชัน $\overline{BC} = \frac{10-2}{5-(-3)} = 1$

$\therefore$ จุด A, B และ C ในตัวเลือก 2) อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จึง**ไม่**อยู่บนวงกลมวงเดียวกัน

5. เฉลย 2) $2^{50}(50!)(101!)$

สังเกตว่าเมื่อแทน x = 1 ลงในพหุนาม สิ่งที่ได้ คือ ผลรวมของสัมประสิทธิ์ เช่น $P(x) = 3x^4 - 2x + 5$ มีผลรวมของสัมประสิทธิ์ คือ $P(1) = 3(1)^4 - 2(1) + 5 = 6$

ดังนั้นผลรวมของสัมประสิทธิ์ของพหุนาม $(1 + x)^2(2 + x)(3 + x)^2(4 + x) \ldots (99 + x)^2(100 + x)$ คือ

$$2^2 \cdot 3 \cdot 4^2 \cdot 5 \cdot 6^2 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 100^2 \cdot 101 = (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 101)(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 100)$$

$$= (101!)(2^{50})(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 50)$$

$$= 2^{50}(50!)(101!)$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com