

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา คณิตศาสตร์ (ONET)

ชุดที่ 15 (ตอนที่ 3/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 5 มี.ค.-28 มิ.ย. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^b เป็นจำนวนตรรกยะ
 ข. ถ้า a เป็นจำนวนตรรกยะ และ b เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^b เป็นจำนวนตรรกยะ

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

2. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางหน่วย และมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{3}{4} \sin B$ แล้วผลต่างระหว่างด้านที่ยาวที่สุด และด้านที่สั้นที่สุดเป็นกี่หน่วย

- 1) $2\sqrt{6}$ 2) $2\sqrt{5}$
 3) $3\sqrt{5}$ 4) $3\sqrt{3}$

3. ผลลัพธ์ของ $58^2 - 57^2 + 56^2 - 55^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 1421 2) 1583
 3) 1669 4) 1711

4. กำหนด $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{x+1}{x-3}\}$

$$R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = \frac{3y}{4y+1}\}$$

ถ้า $A = \mathbb{R} - (R_1 \cap R_2)$ แล้วผลรวมของสมาชิกใน A เท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{15}{4}$ 2) $\frac{11}{4}$
 3) $\frac{7}{4}$ 4) $\frac{3}{4}$

5. มีของชนิด A เหมือนกัน a ชิ้น และของชนิด B เหมือนกัน b ชิ้น จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. จำนวนวิธีนำของทั้งหมดมาเรียงเป็นเส้นตรงทำได้ $\frac{(a+b)!}{a!b!}$ วิธี
 ข. จำนวนวิธีนำของทั้งหมดมาเรียงเป็นวงกลมทำได้ $\frac{(a+b-1)!}{a!b!}$ วิธี

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

6. นาย A หยอดเงินลงกรงปลูกวันแรก 1 บาท และวันต่อๆ ไปนาย A หยอดเงินเพิ่มเป็น 2 เท่าของเงินที่หยอดใน วันก่อนหน้า ถ้านาย A หยอดเงินเป็นเวลา 100 วัน และหยอดเงินนอกจากกรงปลูกเท่ากับจำนวนเงินที่หยอดในวันที่ 49 แล้วจำนวนเงินที่เหลือในกรงปลูกคิดเป็นกี่บาท

- 1) $2^{101} - 2^{49} - 12$ 2) $2^{101} - 2^{48} - 1$
 3) $2^{100} - 2^{49} - 1$ 4) $2^{100} - 2^{48} - 1$

เฉลย

1. เฉลย 4) ก. และ ข. ผิด

ก. ผิด

ให้ $a = \sqrt{10}$ และ $b = \log 4$

เห็นได้ว่า $\sqrt{10}$ และ $\log 4 = 2 \log 2$ เป็นจำนวนตรรกยะ แต่ $a^b = \sqrt{10}^{\log 4} = (10^{1/2})^{2 \log 2} = 10^{\log 2} = 2$ เป็น

จำนวนตรรกยะ

ข. ผิด

ให้ a เป็นจำนวนตรรกยะใดๆ

เลือก $b = 0$ จะได้ว่า a^b เป็นจำนวนตรรกยะ

แต่ $a^b = a^0 = 1$ เป็นจำนวนตรรกยะ

2. เฉลย 1) $2\sqrt{6}$

เนื่องจาก ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และ $\hat{C} = 90^\circ$

$$\therefore \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$

จาก $\sin A = \cos(90^\circ - A) = \cos B = \frac{3}{4} \sin B$

$$\therefore \frac{4}{3} = \frac{\sin B}{\cos B} = \tan B$$

สมมติให้ด้าน AC ยาว 4x หน่วย

จะได้

$$BC = 3x \text{ หน่วย}$$

หาพื้นที่สามเหลี่ยม ABC ;

$$\frac{1}{2} \times (4x) \times (3x) = 36$$

$$\therefore x^2 = 6$$

$$x = \sqrt{6}$$

จะได้ $AC = 4\sqrt{6}$ หน่วย และ $BC = 3\sqrt{6}$ หน่วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $AB^2 = (4\sqrt{6})^2 + (3\sqrt{6})^2$
 $= 96 + 54 = 150$

$$\therefore AB = 5\sqrt{6} \text{ หน่วย}$$

$$\therefore \text{ด้านที่ยาวที่สุด} - \text{ด้านที่สั้นที่สุด} = 5\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{6} \text{ หน่วย}$$

3. เฉลย 4) 1711

จากโจทย์จะได้

$$(58^2 - 57^2) + (56^2 - 55^2) + (54^2 - 53^2) + \dots + (2^2 - 1^2)$$

$$= (58 + 57)(58 - 57) + (56 + 55)(56 - 55) +$$

$$(54 + 53)(54 - 53) + \dots + (2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 115 + 111 + 107 + \dots + 3$$

$$= \frac{29}{2} (115 + 3)$$

$$= \frac{29}{2} (118) = 29 \times 59 = 1711$$

อนุกรมเลขคณิตที่มี 29 พจน์ และผลต่างร่วมเท่ากับ -4

4. เฉลย 4) $\frac{3}{4}$

พิจารณา r_1 ; $y = \frac{x+1}{x-3}$

$$y(x-3) = x+1$$

$$xy - 3y = x+1$$

$$x(y-1) = 3y+1$$

$$x = \frac{3y+1}{y-1}$$

$$\therefore R_{r_1} = \mathbb{R} - \{1\}$$

พิจารณา r_2 ; $x = \frac{3y}{4y+1}$

$$\therefore R_{r_2} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{4}\right\}$$

ดังนั้น $A = \mathbb{R} - (R_{r_1} \cap R_{r_2}) = \left\{1, -\frac{1}{4}\right\}$

\therefore ผลรวมของสมาชิกใน A คือ $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

5. เฉลย 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

พิจารณา ก.

จำนวนวิธีเรียงของซ้ำเป็นเส้นตรง = $\frac{(\text{จำนวนสิ่งของทั้งหมด!})}{\text{ผลคูณของ (จำนวนของซ้ำแต่ละชนิด!)}}$

ในกรณีนี้ คือ $\frac{(a+b)!}{a!b!}$ วิธี

\therefore ก. ถูก

พิจารณา ข. สมมติ $a = 2, b = 2$

จัดเรียงเป็นวงกลมได้ 2 วิธี คือ $a^{\overset{a}{\underset{b}{\circ}}}$ และ $b^{\overset{a}{\underset{a}{\circ}}}$

แต่ $\frac{(a+b-1)!}{a!b!} = \frac{(2+2-1)!}{2!2!} = \frac{3}{2} \neq 2$

\therefore ข. ผิด

6. เฉลย 4) $2^{100} - 2^{48} - 1$

ให้ a_n เป็นจำนวนเงินที่หยอดในวันที่ n (หน่วย : บาท)

ดังนั้น สิ่งที่ต้องพิจารณาคือ ทาค่าของ $(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}) - a_{49}$

พบว่า $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี 100 พจน์ โดยที่ $a_1 = 1$ และอัตราส่วนร่วม $r = 2$

$$\therefore (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}) - a_{49}$$

$$= \frac{a_1(r^{100} - 1)}{r - 1} - a_{49}$$

$$= \frac{1(2^{100} - 1)}{2 - 1} - 1(2^{48})$$

$$= 2^{100} - 2^{48} - 1$$