ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย
เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา คณิตศาสตร์ (ONET)

ชุดที่ 14 (ตอนที่ 4/5)

โดยช่วงตั้งแต่ 30 ต.ค. 61-1 มี.ค. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ให้ a และ b เป็นคำตอบของสมการ $2x^2 + 7x + 1 = 0$ จงหาค่าของ $\left|\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right|$

1) 5 2) 7
3) $\frac{5}{2}$ 4) $\frac{7}{2}$

2. จากลำดับ 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ... โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย พจน์ที่ 100 ของลำดับนี้มีค่าเท่าใด

1) 12 2) 13
3) 14 4) 15

3. กำหนด $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ ผลลัพธ์ของ $\frac{\sin^3 22.5^\circ - \cos^3 22.5^\circ}{\sin 22.5^\circ - \cos 22.5^\circ}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 2) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
3) $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}$ 4) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$

4. กำหนดให้ a, b, c เป็นลำดับเรขาคณิต และ a, b + 3, c + 2 เป็นลำดับเลขคณิต โดยที่ a, b, c เป็นจำนวนเต็มบวก และ abc = 27 แล้วค่าของ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ เท่ากับเท่าใด

1) 144 2) 169
3) 196 4) 256

5. นักเรียนคนหนึ่งเข้าใจผิดว่าค่ามัธยฐาน คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต จึงนำมาหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้เท่ากับ 8 ถ้ามัธยฐานและค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 19 และ 20 ตามลำดับ แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่**ถูกต้อง**มีค่าเท่าใด

1) 3 2) $3\sqrt{2}$
3) 5 4) $5\sqrt{3}$

6. กำหนด $A = \{1, 3, 5, 7, ..., 101\}$ และ $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ ให้ $C = \{ab \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$ แล้วผลรวมของสมาชิกทุกตัวใน C ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 69539 2) 78000
3) 78275 4) 80631

7. ให้ $f = \{(x, y) \mid y = 1 - x\}$ และ $g = \{(x, y) \mid y = x^2\}$ ถ้า $h = \{(x, y) \mid g(x) \le f(x)\}$ แล้ว $D_h - R_h$ เป็นสับเซตของข้อใดต่อไปนี้

1) $\left(\frac{-1-\sqrt{7}}{2}, 0\right)$ 2) $\left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}, 1\right)$
3) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right)$ 4) $\left(0, \frac{-1+\sqrt{7}}{2}\right)$

เฉลย

1. เฉลย 2) 7

เนื่องจาก a และ b เป็นคำตอบของสมการ $2x^2 + 7x + 1 = 0$

จะได้ $a + b = -\frac{7}{2}$ และ $ab = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\left|\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right| = \left|\frac{a+b}{ab}\right|$

$= \left|\frac{-\frac{7}{2}}{\frac{1}{2}}\right| = 7$

2. เฉลย 3) 14

สังเกตว่า จำนวนเต็มบวก n เกิดขึ้น n ตำแหน่งติดกัน

เนื่องจาก $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \cdots + 14 = \frac{14 \times 15}{2} = 105$

∴ พจน์ที่ 92 ถึงพจน์ที่ 105 แต่ละพจน์มีค่าเท่ากับ 14

∴ พจน์ที่ 100 เท่ากับ 14

3. เฉลย 3) $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\frac{\sin^3 22.5^\circ - \cos^3 22.5^\circ}{\sin 22.5^\circ - \cos 22.5^\circ}$$

$$= \frac{(\sin 22.5^\circ - \cos 22.5^\circ)(\sin^2 22.5^\circ + \sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ + \cos^2 22.5^\circ)}{\sin 22.5^\circ - \cos 22.5^\circ}$$

$$= (\sin^2 22.5^\circ + \cos^2 22.5^\circ) + \frac{2 \sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ}{2}$$

$$= 1 + \frac{\sin 45^\circ}{2} \quad (\because \sin 2A = 2 \sin A \cos A)$$

$$= 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

4. เฉลย 2) 169

จาก abc = 27 และ a, b, c เป็นลำดับเรขาคณิต (มีอัตราส่วนร่วม r)

จะได้ $abc = a(ar)(ar^2) = (ar)^3 = 27$

$\therefore ar = 3$

$a = 3, r = 1$ หรือ $a = 1, r = 3$

ถ้า $a = 3, r = 1$	ถ้า $a = 1, r = 3$
จะได้ $b = 3, c = 3$	จะได้ $b = 3, c = 9$
a, b+3, c+2 คือ 3, 6, 5	a, b+3, c+2 คือ 1, 6, 11
ไม่เป็นลำดับเลขคณิต	เป็นลำดับเลขคณิตที่มีผลต่างร่วมเท่ากับ 5

สรุปได้ว่า a = 1, b = 3 และ c = 9

ดังนั้น $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a+b+c)^2$

$= (1+3+9)^2 = 13^2 = 169$

5. เฉลย 3) 5

จากโจทย์ $S_{ถูก}^2 = \frac{\sum(x_i - 20)^2}{N}$

$= \frac{\sum x_i^2}{N} - (20)^2$

และ $S_{ผิด}^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (19)^2$

จะได้ $S_{ถูก}^2 - S_{ผิด}^2 = (19)^2 - (20)^2$

$S_{ถูก}^2 = (8)^2 + (19)^2 - (20)^2 = 25$

$\therefore S_{ถูก} = \sqrt{25} = 5$

6. เฉลย 4) 80631

พิจารณาการแจกแจง $(1 + 3 + 5 + 7 + ... + 101)(1 + 2 + 4 + 8 + 16)$ คือ ผลรวมของสมาชิกทุกตัวใน C

$\because 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 101 = \frac{51}{2}(1 + 101)$

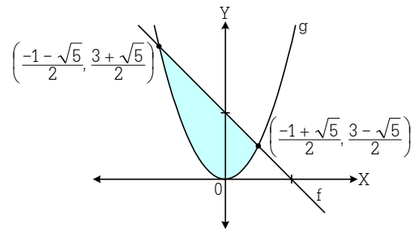
$= 51^2 = 2601$

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = \frac{1(2^5 - 1)}{2 - 1} = 31$

$\therefore (1+3+5+7+...+101)(1+2+4+8+16) = 2601 \times 31 = 80631$

7. เฉลย 1) $\left(\frac{-1-\sqrt{7}}{2}, 0\right)$

จากโจทย์ วาดกราฟ f และ g ได้ดังนี้



หาจุดตัดของ f และ g

$1 - x = x^2$

$x^2 + x - 1 = 0$

$x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

แทนค่าใน $y = 1 - x$ จะได้

$y = \frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

จะเห็นว่าช่วงที่ $g(x) \le f(x)$ เกิดเมื่อ $x \in \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right]$

และ $y \in \left[0, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

$\therefore D_h = \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right]$,

$R_h = \left[0, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

จะได้ว่า $D_h - R_h = \left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, 0\right) \subseteq \left(\frac{-1-\sqrt{7}}{2}, 0\right)$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com