

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา คณิตศาสตร์ (ONET)

ชุดที่ 11 (ตอนที่ 5/5)



โดยช่วงตั้งแต่ 31 ต.ค. 60-2 มี.ค. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. กำหนด  $0 < a < 1$  และ  $b > 1$  ค่าของ  $|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{b} - \sqrt[3]{b}|$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1)  $(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}) + (\sqrt{b} - \sqrt[3]{b})$
- 2)  $(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}) + (\sqrt[3]{b} - \sqrt{b})$
- 3)  $(\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}) + (\sqrt{b} - \sqrt[3]{b})$
- 4)  $(\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}) + (\sqrt[3]{b} - \sqrt{b})$

2. กำหนดให้  $m \otimes n = \frac{m+n}{mn+9}$

จงหาค่าของ  $((\dots((2015 \otimes 2014) \otimes 2013) \otimes 2012) \otimes \dots \otimes 3) \otimes 2) \otimes 1$

- 1)  $\frac{1}{29}$
- 2)  $\frac{3}{29}$
- 3)  $\frac{7}{67}$
- 4)  $\frac{9}{67}$

3. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตซึ่ง  $n(A \cup B) = 93$  และ  $n[(A - B) \cup (B - A)] = 68$  ถ้า  $n(A) = 38$  แล้ว  $n(B)$  เท่ากับเท่าใด

- 1) 55
- 2) 60
- 3) 70
- 4) 80

4. กำหนดให้  $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{64 - 4x^2}$

และ  $A = \{x | f(x) \in [0, 1, 2] \text{ และ } x \in (-4, 4)\}$

แล้วจำนวนสมาชิกในเซต A เท่ากับเท่าใด

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

5. พิจารณา

$$67^2 = 4489$$

$$667^2 = 444889$$

$$6667^2 = 44448889$$

ผลรวมเลขโดดทุกหลักใน  $(66 \dots 67)^2$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 1200
- 2) 1201
- 3) 1221
- 4) 1222

6. ฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

- 1)  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$
- 2)  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$
- 3)  $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$
- 4)  $f(x) = |x| + 7$

7. กำหนดให้  $g = \{(1, 2), (3, 5), (2, 4), (4, 1), (5, 3)\}$

$fo g = \{(1, 5), (2, 3), (3, 4), (4, 1), (5, 2)\}$

แล้วข้อใดมีค่ามากที่สุด

- 1)  $f^{-1}(1)$
- 2)  $f^{-1}(2)$
- 3)  $f^{-1}(3)$
- 4)  $f^{-1}(4)$

เฉลย

1. เฉลย 3)  $(\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}) + (\sqrt{b} - \sqrt[3]{b})$

เนื่องจาก  $0 < a < 1$  จะได้  $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$

นั่นคือ  $|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = \sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$

เนื่องจาก  $b > 1$  จะได้  $\sqrt{b} > \sqrt[3]{b}$

นั่นคือ  $|\sqrt{b} - \sqrt[3]{b}| = \sqrt{b} - \sqrt[3]{b}$

ดังนั้น  $|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{b} - \sqrt[3]{b}|$

$$= (\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}) + (\sqrt{b} - \sqrt[3]{b})$$

2. เฉลย 4)  $\frac{9}{67}$

สังเกตว่า

$$a \otimes 3 = \frac{a+3}{(a \times 3) + 9} = \frac{a+3}{3(a+3)} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น  $((\dots((2015 \otimes 2014) \otimes 2013) \otimes 2012) \otimes \dots \otimes 3) \otimes 2) \otimes 1$

$$= \left(\frac{1}{3} \otimes 2\right) \otimes 1 = \frac{1}{3}$$

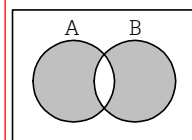
พิจารณา

$$\frac{1}{3} \otimes 2 = \frac{\frac{1}{3} + 2}{\left(\frac{1}{3} \times 2\right) + 9} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{29}{3}} = \frac{7}{29}$$

ดังนั้น

$$\left(\frac{1}{3} \otimes 2\right) \otimes 1 = \frac{7}{29} \otimes 1 = \frac{\frac{7}{29} + 1}{\left(\frac{7}{29} \times 1\right) + 9} = \frac{\frac{36}{29}}{\frac{268}{29}} = \frac{36}{268} = \frac{9}{67}$$

3. เฉลย 4) 80



$$\text{จาก } n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$68 = 93 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 93 - 68 = 25$$

$$\text{จาก } n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$$

$$38 + n(B) - 25 = 93$$

$$n(B) = 80$$

4. เฉลย 4) 4

เราจะต้องหาว่ามีจำนวนจริง x ในช่วง  $(-4, 4)$  ที่ค่า ซึ่ง  $f(x) = 0, 1$  หรือ 2

• กรณี  $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{64 - 4x^2} = 0$

$$64 - 4x^2 = 0$$

$$x = \pm 4$$

$\therefore$  ไม่มีค่าใดของ x ในช่วง  $(-4, 4)$  ซึ่งทำให้  $f(x) = 0$

• กรณี  $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{64 - 4x^2} = 1$

$$64 - 4x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{15}$$

$\therefore$  มีค่าของ  $x = \pm \sqrt{15}$  ซึ่งทำให้  $f(x) = 1$

• กรณี  $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{64 - 4x^2} = 2$

$$64 - 4x^2 = 16$$

$$x = \pm \sqrt{12}$$

$\therefore$  มีค่าของ  $x = \pm \sqrt{12}$  ซึ่งทำให้  $f(x) = 2$

ดังนั้น  $A = \{-\sqrt{15}, -\sqrt{12}, \sqrt{12}, \sqrt{15}\}$  และจะได้  $n(A) = 4$

5. เฉลย 2) 1201

จากโจทย์  $67^2 = 4489$

$$667^2 = 444889$$

$$6667^2 = 44448889$$

สังเกตว่า  $(66 \dots 67)^2 = 44 \dots 4 \ 88 \dots 89$

n ตัว                      n + 1 ตัว                      n ตัว

ดังนั้น  $(66 \dots 67)^2 = 44 \dots 4 \ 88 \dots 89$

99 ตัว                      100 ตัว                      99 ตัว

$\therefore$  ผลรวมเลขโดดทุกหลักใน  $(66 \dots 67)^2$  คือ

$$(4 \times 100) + (8 \times 99) + 9 = 1201$$

6. เฉลย 2)  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$

พิจารณา 1)  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

เนื่องจาก  $f(3) = f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2}$

ดังนั้น  $f(x)$  ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

3)  $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$

เนื่องจาก  $f(1) = f(-1) = 1$

ดังนั้น  $f(x)$  ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

4)  $f(x) = |x| + 7$

เนื่องจาก  $f(1) = f(-1) = 8$

ดังนั้น  $f(x)$  ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

7. เฉลย 4)  $f^{-1}(4)$

จาก g และ fog

จะได้  $f = \{(1, 1), (2, 5), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$

$$f^{-1} = \{(1, 1), (5, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$$

$$f^{-1}(4) = 5 \text{ มีค่ามากที่สุด}$$