

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา คณิตศาสตร์ (ONET)

ชุดที่ 10 (ตอนที่ 4/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 4 ก.ค.-27 ต.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ 1.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี

1. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง** เมื่อกำหนด A เป็นเซตใดๆ ที่ **ไม่เป็น** เซตว่าง

- มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน P(A) ที่เป็นสับเซตของ A
- มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน P(A) ที่เป็นสับเซตไม่แท้ของ A
- มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน P(A) ที่ไม่เป็นสับเซตของ A
- มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน P(A) ที่ไม่เป็นสับเซตของ {A}

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ผลบวก 100 พจน์แรกของลำดับเลขคณิต $a_n = 1 - 2n$ เท่ากับ -10000
 ข. ลำดับ $a_n = 2(3)^{2n-1}$ เป็นลำดับเรขาคณิตซึ่งอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

- ก. และ ข. ถูก
- ก. ถูก และ ข. ผิด
- ก. ผิด และ ข. ถูก
- ก. และ ข. ผิด

3. ผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรม $1 + \sin 30^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^3 30^\circ + \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- $\frac{1020}{512}$
- $\frac{1021}{512}$
- $\frac{1022}{512}$
- $\frac{1023}{512}$

4. ผลลัพธ์ของ $\sqrt{9+\sqrt{80}} - \sqrt{9-\sqrt{80}}$ เท่ากับข้อใด

- 3
- 4
- $2\sqrt{5}$
- $5\sqrt{2}$

5. รากที่ 3 ของ $5^9 - 3^5 \cdot 5^6 + 3^9 \cdot 5^3 - 3^{12}$ เท่ากับข้อใด

- 44
- 55
- 66
- 77

6. กำหนดลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = d = 1$ ค่าของ $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_9}$ ตรงกับข้อใด

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{5}{4}$
- $\frac{7}{5}$
- $\frac{9}{5}$

7. นำหนัก (คิดเป็นกิโลกรัม) ของนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 มีนักเรียน 6 คน และกลุ่มที่ 2 มีนักเรียน 8 คน เขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ ได้ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ 1	นักเรียนกลุ่มที่ 2
4	4
6	3
9	2

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

- น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 1 น้อยกว่าน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 2
- ฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1 มากกว่าฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2
- มัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1 มากกว่ามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2
- ผลต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1

8. ถ้า m และ n เป็นจำนวนเฉพาะ แล้วคำตอบของสมการ $m + n > 20$, $mn < 50$ และ $m < n$ จะมีกี่คำตอบ

- 2
- 3
- 4
- 5

เฉลย

1. เฉลย 3) มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวใน P(A) ที่ **ไม่** เป็นสับเซตของ A

- ถูก เพราะ $\phi \in P(A)$ เสมอ และ ϕ เป็นสับเซตของทุกเซตรวมถึง A ด้วย
- ถูก เพราะ $A \in P(A)$ เสมอ และ A เป็นสับเซตไม่แท้ของ A เสมอ
- ไม่ถูกต้อง** เพราะ P(A) มีสมาชิกเป็นสับเซตของ A เสมอ
- ถูก เพราะ $A \in P(A)$ และ $A \subset \{A\}$ (เพราะ A **ไม่** เป็นเซตว่าง)

2. เฉลย 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

ก. ถูก พิจารณา ดังนี้ $a_n = 1 - 2n$
 $a_1 = 1 - 2(1) = -1$
 $a_{100} = 1 - 2(100) = -199$
 $S_{100} = \frac{100}{2} [a_1 + a_{100}]$ (จากสูตร $S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$)
 $= 50[(-1) + (-199)]$
 $= 50 \times (-200) = -10000$

ข. ผิด พิจารณา ดังนี้ $a_n = 2(3)^{2n-1}$ เป็นลำดับเรขาคณิต
 อัตราส่วนร่วม (r) = $\frac{a_2}{a_1} = \frac{2(3)^{2(2)-1}}{2(3)^{2(1)-1}} = \frac{2(3)^3}{2(3)} = 9$

3. เฉลย 4) $\frac{1023}{512}$
 อนุกรมที่กำหนดให้เป็นอนุกรมเรขาคณิตมี $a_1 = 1$, $r = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $S_{10} = \frac{(1)(1 - (\frac{1}{2})^{10})}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{1024}}{\frac{1}{2}} = \frac{1023}{1024} \times 2 = \frac{1023}{512}$

4. เฉลย 2) 4
 $\sqrt{9+\sqrt{80}} - \sqrt{9-\sqrt{80}} = \sqrt{5+2\sqrt{(5)(4)+4}} - \sqrt{5-2\sqrt{(5)(4)+4}}$
 $= \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{4})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{4})^2}$
 $= (\sqrt{5} + \sqrt{4}) - (\sqrt{5} - \sqrt{4})$
 $= 2\sqrt{4} = 2(2) = 4$

5. เฉลย 1) 44
 $5^9 - 3^5 \cdot 5^6 + 3^9 \cdot 5^3 - 3^{12} = (5^3)^3 - 3(5^3)^2(3^4) + 3(5^3)(3^4)^2 - (3^4)^3$
 $= (5^3 - 3^4)^3$
 $= (125 - 81)^3$
 $= (44)^3$

ดังนั้น รากที่ 3 ของ $(44)^3 = 44$

6. เฉลย 4) $\frac{9}{5}$
 โจทย์กำหนดลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = d = 1$
 จะได้ $S_1 = 1 = \frac{1(1+1)}{2} = \frac{(1)(2)}{2}$
 $S_2 = 1 + 2 = \frac{2(2+1)}{2} = \frac{(2)(3)}{2}$
 $S_3 = 1 + 2 + 3 = \frac{3(3+1)}{2} = \frac{(3)(4)}{2}$
 \vdots
 $S_9 = 1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9(9+1)}{2} = \frac{(9)(10)}{2}$

$\therefore \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_9} = 2 \left(\frac{1}{(1)(2)} + \frac{1}{(2)(3)} + \frac{1}{(3)(4)} + \dots + \frac{1}{(9)(10)} \right)$
 $= 2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right)$
 $= 2 \left(1 - \frac{1}{10} \right) = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$

7. เฉลย 4) ผลต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1

จากแผนภาพต้นไม้-ใบ จะได้
 น้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1 เป็น 44, 44, 52, 53, 56, 69
 น้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2 เป็น 42, 43, 46, 52, 54, 54, 62, 63
 ฐานนิยมของนักเรียนกลุ่มที่ 1 = 44
 ฐานนิยมของนักเรียนกลุ่มที่ 2 = 54
 มัธยฐานของนักเรียนกลุ่มที่ 1 = $\frac{52+53}{2} = 52.5$
 มัธยฐานของนักเรียนกลุ่มที่ 2 = $\frac{52+54}{2} = 53$
 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนกลุ่มที่ 1 = $\frac{44+44+52+53+56+69}{6} = \frac{318}{6} = 53$
 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนกลุ่มที่ 2 = $\frac{42+43+46+52+54+54+62+63}{8} = \frac{416}{8} = 52$

ดังนั้น ผลต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนกลุ่มที่ 1 กับนักเรียนกลุ่มที่ 2 = $53 - 52 = 1$

8. เฉลย 1) 2
 พิจารณา $m = 2$, $n = 19$ (m, n เป็นจำนวนเฉพาะ)
 $m + n = 2 + 19 = 21 > 20$ และ $mn = 2 \times 19 = 38 < 50$
 ดังนั้น $m = 2$, $n = 19$ เป็นคำตอบหนึ่ง
 พิจารณา $m = 2$, $n = 23$ (m, n เป็นจำนวนเฉพาะ)
 $m + n = 2 + 23 = 25 > 20$ และ $mn = 2 \times 23 = 46 < 50$
 ดังนั้น $m = 2$, $n = 23$ เป็นอีกคำตอบหนึ่ง
 นอกจากนี้แล้วไม่มีจำนวนเฉพาะ m, n ที่จะสอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ จึงมี 2 ชุดคำตอบ