

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา คณิตศาสตร์ (ONET)

ชุดที่ 10 (ตอนที่ 1/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 4 ก.ค.-27 ต.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี-วันศุกร์

1. ค่าของ $(\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{5} + 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 12
- 2) $\sqrt[3]{15} - \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3} - 1$
- 3) 15
- 4) $\sqrt[3]{15} - \sqrt[3]{9} + 1$

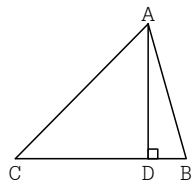
2. ค่าของ $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ เท่ากับข้อใด

- 1) $\frac{1 - (512)^{10}}{3}$
- 2) $\frac{1 - (1024)^{10}}{3}$
- 3) $\frac{(512)^{10} - 1}{3}$
- 4) $\frac{(1024)^{10} - 1}{3}$

3. เรือลำหนึ่งแล่นเข้าหาหน้าผาซึ่งสูง $200\sqrt{3}$ เมตร ครั้งแรกก็สังเกตเห็นหน้าผาเป็นมุมเงย 30° อีก 2 นาทีต่อมา มองเห็นหน้าผาเป็นมุมเงย 60° เรือมีความเร็วกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

- 1) 20
- 2) 18
- 3) 16
- 4) 12

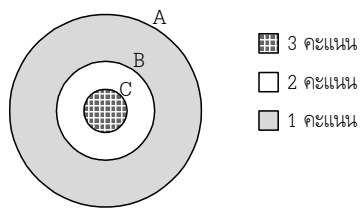
4.



จากภาพกำหนด $BC = 10$ หน่วย และพื้นที่ $\triangle ABC$ เป็น $10\sqrt{3}$ ตารางหน่วย ถ้า $\hat{CAB} + \hat{ACB} = 120^\circ$ แล้ว AC ยาวเท่ากับกี่หน่วย

- 1) $\sqrt{60}$
- 2) $\sqrt{68}$
- 3) $\sqrt{76}$
- 4) $\sqrt{84}$

5. เป้าสำหรับการปาลูกดอกมีบริเวณที่จะได้รับแต้ม 1 คะแนน หรือ 2 คะแนน หรือ 3 คะแนนตามแผนภาพที่กำหนด



ถ้าวงกลม A มีรัศมีเป็น 2 เท่าของวงกลม B และวงกลม B มีรัศมีเป็น 2 เท่าของวงกลม C แล้วความน่าจะเป็นที่ปาลูกดอก 1 ลูก ได้ 2 คะแนนเป็นเท่าใด ถ้ากำหนดเงื่อนไขว่าการปาลูกดอกแต่ละครั้งต้องลงบนเป้าเสมอ

- 1) $\frac{3}{16}$
- 2) $\frac{5}{16}$
- 3) $\frac{7}{16}$
- 4) $\frac{9}{16}$

6. ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียวหนึ่งครั้ง โดยถ่วงน้ำหนักลูกเต๋าจนกระทั่งทำให้ความน่าจะเป็นที่จะหงายหน้า 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 มีค่าเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต โดยความน่าจะเป็นที่จะหงายหน้า 1 เท่ากับ $\frac{1}{7}$ แล้วความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าคือหงายหน้ามีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{17}{35}$
- 2) $\frac{18}{35}$
- 3) $\frac{19}{35}$
- 4) $\frac{20}{35}$

เฉลย

1. เฉลย 1) 12

$$\begin{aligned} & (\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{5} + 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1) \\ &= [(\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)][(\sqrt[3]{5} + 1)(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1)] \\ &= [(\sqrt[3]{3})^3 - (1)^3][(\sqrt[3]{5})^3 + (1)^3] \\ &= (3 - 1)(5 + 1) = 12 \end{aligned}$$

2. เฉลย 2) $\frac{1 - (1024)^{10}}{3}$

จาก $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตโดยที่ $a_1 = 1, r = -2$ และ $n = 100$

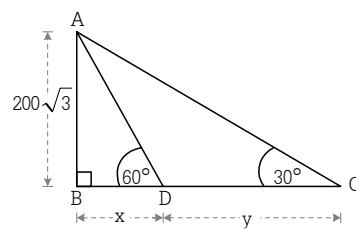
$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad S_n &= \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \\ \text{แทนค่า} \quad S_{100} &= \frac{1[1 - (-2)^{100}]}{1 - (-2)} \\ &= \frac{1 - [(-2)^{10}]^{10}}{1 + 2} \\ &= \frac{1 - (1024)^{10}}{3} \quad [\because (-2^{10}) = 1024] \end{aligned}$$

3. เฉลย 4) 12

จากรูป ให้ AB เป็นความสูงของหน้าผา ที่มุมเงยของหน้าผาเป็น 30° ให้เรืออยู่ที่จุด C และที่มุมเงยของหน้าผาเป็น 60° เรืออยู่ที่ D

$$\begin{aligned} \text{จากรูป } \triangle ABD; \quad \frac{x}{200\sqrt{3}} &= \cot 60^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x &= \frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 200 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากรูป } \triangle ABC; \quad \frac{x + y}{200\sqrt{3}} &= \cot 30^\circ \\ &= \sqrt{3} \\ x + y &= 200\sqrt{3}(\sqrt{3}) \\ &= 600 \text{ เมตร} \\ \therefore y &= 600 - 200 \\ &= 400 \text{ เมตร} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ความเร็ว} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} \\ &= \frac{400 \text{ เมตร}}{2 \text{ นาที}} \\ &= \frac{400}{1000} \times \frac{60}{2} \\ &= 12 \text{ กิโลเมตรต่อชั่วโมง} \end{aligned}$$

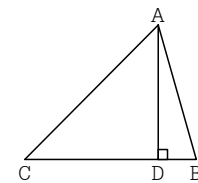
4. เฉลย 3) $\sqrt{76}$

จาก $BC = 10$ หน่วย และพื้นที่ $\triangle ABC$ เท่ากับ $10\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

หา AD จากพื้นที่ $\triangle ABC = 10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 10 \times AD$

นั่นคือ $AD = 2\sqrt{3}$ หน่วย

จาก $\hat{CAB} + \hat{ACB} = 120^\circ$ จะได้ว่า $\hat{ABC} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ใน $\triangle ABD$



$$\begin{aligned} \therefore \tan \hat{ABD} &= \frac{AD}{BD} \\ \tan 60^\circ &= \frac{2\sqrt{3}}{BD} \\ \therefore BD &= \frac{2\sqrt{3}}{\tan 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} CD &= BC - BD \\ &= 10 - 2 = 8 \end{aligned}$$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $\triangle ACD$; $AC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 8^2$

$$= 12 + 64 = 76$$

$$\therefore AC = \sqrt{76} \text{ หน่วย}$$

5. เฉลย 1) $\frac{3}{16}$

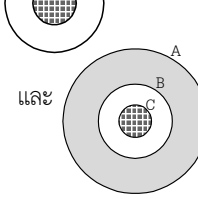
สมมติ วงกลม C มีรัศมี x หน่วย \therefore วงกลม B มีรัศมี $2x$ หน่วย

และ วงกลม A มีรัศมี $4x$ หน่วย

จะได้ว่า วงกลม C มีพื้นที่ πx^2 ตารางหน่วย

บริเวณที่ได้ 2 คะแนน = พื้นที่วงกลม B - พื้นที่วงกลม C

$$= \pi(2x)^2 - \pi x^2 = 3\pi x^2 \text{ ตารางหน่วย}$$



และ พื้นที่เป้าทั้งหมด = พื้นที่วงกลม A

$$= \pi(4x)^2 = 16\pi x^2 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\therefore \text{ความน่าจะเป็นที่ปาลูกดอก 1 ลูกได้ 2 คะแนน เท่ากับ} \frac{3\pi x^2}{16\pi x^2} = \frac{3}{16}$$

6. เฉลย 2) $\frac{18}{35}$

ให้ E_i เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าคือหน้า i

โดย $P(E_1) = \frac{1}{7}$ และ $P(E_i) = \frac{1}{7} + d(i - 1)$

เมื่อ d เป็นผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต, $P(E_i)$ เป็นพจน์ที่ i ของลำดับเลขคณิต

$$\sum_{i=1}^6 P(E_i) = 1 \quad (S = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_6, P(S) = 1)$$

$$\frac{6}{2} \left[2\left(\frac{1}{7}\right) + d(6 - 1) \right] = 1 \quad (\text{ผลบวก } n \text{ พจน์แรก} = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d])$$

$$3\left(\frac{2}{7} + 5d\right) = 1$$

$$d = \frac{1}{105}$$

ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าคือหน้า i คือ $P(E_2) + P(E_4) + P(E_6)$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{105}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{105}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{5}{105}\right) \\ &= \frac{3}{7} + \frac{9}{105} \\ &= \frac{3 \times 15 + 9}{105} = \frac{18}{35} \end{aligned}$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่