ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ O-NET และ 7 วิชาสามัญ

วิชาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 2 (ตอนที่ 8/11)

โดยช่วงตั้งแต่ 25 พ.ย. 57 - 6 ก.พ. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ วันอังคารดูวิชาอังกฤษ, วันพุธดูวิชาคณิต, วันพฤหัสดูวิชาวิทย์, วันศุกร์ดูวิชาไทย+สังคม

ส่วนที่ 1 : เตรียมสอบ O-NET

1. จงหาระยะทางระหว่าง**จุดสูงสุด**ของ $y = -x(x - 6)$ กับจุด (6, 13) บนระนาบ xy

1) 25 หน่วย 2) 10 หน่วย 3) 5 หน่วย 4) $\sqrt{5}$ หน่วย

2. การสอบคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งมีผู้เข้าสอบทั้งหมด 400 คน นาย **ก** สอบได้ควอร์ไทล์ที่ 2.5 นาย **ข** สอบได้เปอร์เซ็นไทล์ที่ 62 และนาย **ค** สอบได้เดไซล์ที่ 6.1 ในสามคนนี้ใครสอบได้คะแนน**ดีที่สุด** และได้คะแนนสอบ**มากกว่า**ผู้สอบคนอื่นอยู่ทั้งหมดกี่คน

1) นาย **ก** ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 250 คน
2) นาย **ข** ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 248 คน
3) นาย **ค** ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 244 คน
4) นาย **ก**, **ข** และ **ค** ได้คะแนนสอบเท่ากัน และได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 246 คน

3. ลำดับเรขาคณิตในข้อใดต่อไปนี้มีอัตราส่วนร่วมอยู่ในช่วง (0.3, 0.5)

1) $2, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \ldots$ 2) $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \ldots$

3) $4, 5, \frac{25}{4}, \ldots$ 4) $5, 3, \frac{9}{5}, \ldots$

ส่วนที่ 2 : เตรียมสอบ 7 วิชาสามัญ

4. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 20 คน มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10 คะแนน และคะแนน ณ ตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 1 เท่ากับ 7.5 คะแนน สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 25% ถ้าผลบวกของค่ามาตรฐาน 17 คน ซึ่งไม่รวม นาย **ก**, นาย **ข** และ นาย **ค** มีค่าเท่ากับ −3 และคะแนนสอบของนาย **ก**, นาย **ข** และ นาย **ค** เป็นดังนี้

นาย **ก** สอบได้คะแนนเท่ากับมัธยฐานของนักเรียนกลุ่มนี้
นาย **ข** สอบได้คะแนนตรงกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75
นาย **ค** สอบได้คะแนนมากกว่า นาย **ข** 4 คะแนน

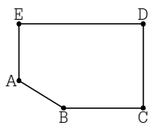
ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 20 คน มีค่าเท่าใด

1) 3 2) 9 3) 16 4) 20

5. นำเชือกยาว L มาตัดเป็น 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่งนำมาขดเป็นรูปครึ่งวงกลม ส่วนที่สองนำมาขดเป็นรูปครึ่งของครึ่งวงกลม ถ้าพื้นที่ของทั้งสองรูปรวมกันมีค่า**น้อยที่สุด** แล้วเชือกส่วนที่หนึ่งยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (กำหนด $\pi = 3$)

1) $\frac{2}{3}L$ 2) $\frac{1}{3}L$ 3) $\frac{25}{74}L$ 4) $\frac{50}{99}L$

6.



เลือกจุด P โดยสุ่มจากจุดภายในรูปห้าเหลี่ยมที่มีจุดยอด A(0, 2), B(4, 0), C(2π + 1, 0), D(2π + 1, 4) และ E(0, 4) จงหาความน่าจะเป็นที่ $A\hat{P}B$ เป็นมุมป้าน

1) $\frac{1}{5}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{5}{16}$ 4) $\frac{3}{8}$

เฉลย

1. เฉลย 3) 5 หน่วย

จาก $y = -x(x - 6)$

จะได้ว่า $y = -x^2 + 6x$

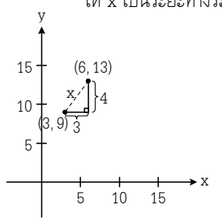
$y = -x^2 + 6x - 9 + 9$

$y = -(x - 3)^2 + 9$

∴ จุดสูงสุด คือ (3, 9)

หาระยะทางระหว่างจุดสูงสุด (3, 9) กับ (6, 13)

ให้ x เป็นระยะทางระหว่างจุด (3, 9) กับ (6, 13)



∴ $x^2 = 3^2 + 4^2$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$x^2 = 9 + 16 = 25$

∴ $x = 5$ หน่วย

2. เฉลย 1) นาย **ก** ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 250 คน

นาย **ก** สอบได้ $Q_{2.5} = P_{[2.5\times25]} = P_{62.5}$

นาย **ข** สอบได้ P_{62}

นาย **ค** สอบได้ $D_{6.1} = P_{61}$

ดังนั้น นาย **ก** สอบได้คะแนน**ดีที่สุด** และ**มากกว่า**ผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่

$\frac{62.5}{100} \times 400 = 250$ คน

3. เฉลย 2) $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \ldots$

พิจารณา $r = \frac{a_2}{a_1}$

$= \frac{5}{4\times3}$

$= \frac{5}{12} = 0.41\dot{6} \in (0.3, 0.5)$

4. เฉลย 2) 9

โจทย์กำหนดให้ $\mu = 10$, $Q_1 = 7.5$ และสัมประสิทธิ์ Q.D = 25%

จาก สัมประสิทธิ์ Q.D $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

จะได้ $0.25 = \frac{Q_3 - 7.5}{Q_3 + 7.5}$

$Q_3 = 12.5$ ...(1)

เนื่องจากผลรวมของค่ามาตรฐาน 17 คน ซึ่งไม่รวมนาย **ก**, นาย **ข** และ นาย **ค** มีค่าเท่ากับ −3 และ $\sum z_i = 0$ ดังนั้น $z_ก + z_ข + z_ค = 3$

เนื่องจากข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

และนาย **ก** สอบได้คะแนนเท่ากับมัธยฐาน ∴ $x_ก = \text{med} = \bar{x} = 10$

นาย **ข** สอบได้คะแนนตรงกับ $P_{75} = Q_3$ ∴ $x_ข = 12.5$

นาย **ค** สอบได้คะแนนมากกว่านาย **ข** 4 คะแนน ∴ $x_ค = 16.5$

จาก $z_ก + z_ข + z_ค = 3$

แทนค่า $\frac{10 - 10}{\sigma} + \frac{12.5 - 10}{\sigma} + \frac{16.5 - 10}{\sigma} = 3$

$0 + \frac{2.5 + 6.5}{\sigma} = 3$

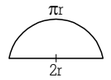
$\sigma = \frac{9}{3} = 3$

∴ ความแปรปรวนของคะแนนสอบ $= 3^2 = 9$

5. เฉลย 4) $\frac{50}{99}L$

ให้เชือกส่วนที่ 1 ยาว x และส่วนที่ 2 ยาว L − x

ส่วนที่ 1 นำมาขดเป็นรูปครึ่งวงกลม

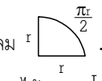


∴ $2r + \pi r = x$

จะได้ $r = \frac{x}{2 + \pi}$

∴ ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $\frac{\pi\left(\frac{x}{2+\pi}\right)^2}{2} = \frac{3}{50}x^2$ (แทน $\pi = 3$)

ส่วนที่ 2 นำมาขดเป็นรูปครึ่งของครึ่งวงกลม



∴ $\frac{\pi r}{2} + 2r = L - x$

จะได้ $r = \frac{L - x}{\frac{\pi}{2} + 2} = \frac{2(L - x)}{\pi + 4}$

∴ ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $\frac{\pi\left(\frac{2(L-x)}{\pi+4}\right)^2}{4} = \frac{3}{49}(L - x)^2$ (แทน $\pi = 3$)

ให้ $A(x) = \frac{3}{50}x^2 + \frac{3}{49}(L - x)^2$

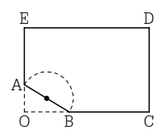
∴ $A'(x) = \frac{6}{50}x + \frac{6(x - L)}{49}$

เมื่อ $A'(x) = 0$; จะได้ $\frac{x}{50} + \frac{x}{49} = \frac{L}{49}$

$49x + 50x = 50L$

$x = \frac{50}{99}L$

6. เฉลย 3) $\frac{5}{16}$



เนื่องจาก $A\hat{P}B = 90°$ ก็ต่อเมื่อ P อยู่บนครึ่งวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง (2, 1) และรัศมี $\sqrt{5}$ หน่วย และ $A\hat{P}B$ เป็นมุมป้านก็ต่อเมื่อจุด P อยู่ภายในรูปครึ่งวงกลมนี้ รูปครึ่งวงกลมทั้งรูปอยู่ภายในรูปห้าเหลี่ยม (เนื่องจากระยะทาง 3 หน่วยจาก (2, 1) ถึง $\overline{DE}$ มากกว่ารัศมีของวงกลม) ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ $A\hat{P}B$ จะเป็นมุมป้านเท่ากับอัตราส่วนของพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมต่อพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม

ให้ O = (0, 0) จะได้ว่าพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม ABCDE

= พื้นที่ □OCDE − พื้นที่ ΔOAB

$= 4\cdot(2\pi + 1) - \frac{1}{2}\cdot(2\cdot4)$

$= 8\pi$

พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมเท่ากับ $\frac{1}{2}\pi(\sqrt{5})^2 = \frac{5}{2}\pi$; $\left(\text{รัศมีของวงกลม} = \frac{AB}{2}\right)$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ต้องการหา คือ $\frac{\frac{5}{2}\pi}{8\pi} = \frac{5}{16}$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com