

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ O-NET และ 7 วิชาสามัญ

วิชาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 2 (ตอนที่ 3/11)

โดยช่วงตั้งแต่ 25 พ.ย. 57 - 6 ก.พ. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้
วันอังคารดูข่าวอังกฤษ, วันพุธดูวิชาคณิต, วันพฤหัสบดีดูข่าวไทย, วันศุกร์ดูวิชาไทย+สังคม



ส่วนที่ 1 : เตรียมสอบ O-NET

- กำหนดให้ S เป็นเซตเบสสเปซ โดยที่ $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ และกำหนดเหตุการณ์ A, B และ C คือ $A = \{a, d, e, h\}$, $B = \{g, h, i\}$ และ $C = \{d\}$ จงหาความน่าจะเป็นของคอมพลิเมนต์ของเหตุการณ์ $(A-B) \cap C'$
 - $\frac{4}{5}$
 - $\frac{4}{10}$
 - $\frac{1}{5}$
 - $\frac{1}{10}$
- ข้อใดผิด
 - ถ้ารากที่สองของ a เป็นจำนวนเต็ม แล้ว a เป็นจำนวนเต็ม
 - ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนจริงก็ต่อเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่
 - ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^b เป็นจำนวนตรรกยะ
 - มีจำนวนตรรกยะ a และ b ซึ่ง $a \neq -b$ และ $a + b$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- นักเรียน 8 คน นั่งรถไฟไปเที่ยวหัวหิน ระหว่างทางได้เล่นเกม Killer กัน โดยเลือกไฟ 8 โคม ออกมาจากไฟ 1 สำหรับ โดยไม่สนใจสีและดอก ดังนี้ คือ 1, 2, 3, 10, A, J, Q และ K กติกาการเล่นเกม Killer คือ ผู้เล่นแต่ละคนจะสุ่มหยิบไฟคนละ 1 โคม โดยไม่ใส่คืน ถ้าสุ่มหยิบได้ 1, 2 หรือ 3 จะเล่นเป็นประชาชน ถ้าสุ่มหยิบได้ 10, A, J, Q และ K จะเล่นเป็นพริตทอร์, โจรโรคจิต, ตำรวจ, แมชี และ Killer ตามลำดับ สัมไอเป็นผู้เล่นคนที่หนึ่งที่ได้สุ่มหยิบเป็นคนที่ 2 จงหาความน่าจะเป็นที่สัมไอจะเล่นเป็น Killer
 - $\frac{1}{8}$
 - $\frac{1}{7}$
 - $\frac{1}{2}$
 - 0

ส่วนที่ 2 : เตรียมสอบ 7 วิชาสามัญ

- นิยาม : $p \Delta q$ มีค่าความจริงดังตารางต่อไปนี้

p	q	$p \Delta q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $p \Delta q \equiv \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$

ข. $(p \Delta q) \Delta r \equiv p \Delta (q \Delta r)$

- ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.
- ถูกเฉพาะข้อ ก.
- ถูกเฉพาะข้อ ข.
- ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

- กำหนดให้ $A = \{\{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

- $\phi \in P(A)$
- $\{\phi\} \subset A$
- $\forall x \in A [x \subset A]$
- $\forall x \in A \exists y \in A [x \in y \vee y \in x]$

- ให้ C_1 และ C_2 เป็นวงกลมที่มีสมการเป็น

$$(x - 10)^2 + y^2 = 36$$

$$\text{และ } (x + 15)^2 + y^2 = 81$$

ตามลำดับ จงหาความยาวของส่วนของเส้นตรง $\overline{PQ}$ ที่สั้นที่สุดซึ่งสัมผัส C_1 ที่ P และสัมผัส C_2 ที่ Q

- 15
- 18
- 20
- 21

- ให้ N เป็นจำนวนนับซึ่งสอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้

- $100 \leq N \leq 1000$
- เลขโดดในหลักหน่วย < เลขโดดในหลักสิบ < เลขโดดในหลักร้อย

จำนวนนับ N ที่สอดคล้อง (i) และ (ii) มีทั้งหมดกี่จำนวน

- 36
- 84
- 120
- 240

เฉลย

- เฉลย 1) $\frac{4}{5}$

จากโจทย์ $n(S) = 10$

หา $(A-B) \cap C' = \{a, d, e\} \cap \{a, b, c, e, f, g, h, i, j\} = \{a, e\}$

จะได้ว่า $((A-B) \cap C')' = \{b, c, d, f, g, h, i, j\}$

$$n((A-B) \cap C')' = 8 = n(E)$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

- เฉลย 3) ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^b เป็นจำนวนตรรกยะ

- ถูก เพราะ $\sqrt{a} = k$ โดยที่ $k \in I$ จะได้ $a = k^2 \in I$ ด้วย
- ถูก เราสามารถถอดรากเลขคี่ของจำนวนทุกจำนวนได้
- ผิด เช่น $a = 2$ และ $b = \frac{1}{2}$ จะได้ว่า $2^{1/2} = \sqrt{2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
- ถูก เช่น $a = \sqrt{2}$ และ $b = 1 - \sqrt{2}$ จะได้ว่า $a + b = \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) = 1$

- เฉลย 1) $\frac{1}{8}$

วิธีที่ 1 พิจารณาปริภูมิตัวอย่าง

การสุ่มหยิบไฟครั้งละ 1 โคม สองครั้งโดยไม่ใส่คืน เป็นไปได้ทั้งหมด $8 \times 7 = 56$ แบบ

พิจารณาเหตุการณ์

เหตุการณ์ที่สนใจ คือ สัมไอซึ่งหยิบเป็นลำดับที่สอง สุ่มหยิบได้ K นั้นหมายความว่า คนแรกที่หยิบต้องหยิบไม่ได้ K (ซึ่งมี 7 โคม) และสัมไอต้องหยิบได้ K (ซึ่งมี 1 โคม) จึงเป็นไปได้ทั้งหมด $7 \times 1 = 7$ แบบ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวคือ $\frac{7}{56} = \frac{1}{8}$

วิธีที่ 2 จากไฟทั้งหมด 8 โคม และสัมไอสุ่มหยิบเป็นคนที่ 2 สามารถแบ่งเหตุการณ์ได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 โอกาสที่คนแรกจะได้ K มี $\frac{1}{8}$ และโอกาสที่สัมไอจะได้ K เป็น 0

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของกรณีนี้ $= \frac{1}{8} \times 0 = 0$

กรณีที่ 2 โอกาสที่คนแรกจะไม่ได้ K เป็น $\frac{7}{8}$ และโอกาสที่สัมไอจะได้

K เป็น $\frac{1}{7}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของกรณีนี้ $= \frac{7}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{8}$

รวมทั้ง 2 กรณี คือ $0 + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ (สามารถคิดโดยแผนภาพต้นไม้ก็ได้)

- เฉลย 1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

ก. พิจารณา $p \Delta q \equiv \sim[p \leftrightarrow q] \equiv \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \therefore$ ก. ถูก
เปรียบเทียบจากตารางค่าความจริง

ข. พิจารณาจากตารางค่าความจริงพบว่า $(p \Delta q) \Delta r \equiv p \Delta (q \Delta r) \therefore$ ข. ถูก

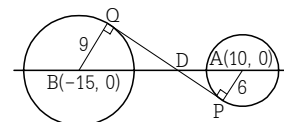
p	q	r	$(p \Delta q) \Delta r$	$p \Delta (q \Delta r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

- เฉลย 3) $\forall x \in A [x \subset A]$

- ถูก เพราะ $\phi \subset A$ (เซตว่างเป็นสับเซตของทุกๆ เซต) ดังนั้น $\phi \in P(A)$
- ถูก เพราะ สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{\{\phi\}\}, \{\{\{\phi\}\}\}, A$
- ผิด เพราะ $\{\phi\} \in A$ แต่ $\{\phi\} \not\subset A$ (โดย ตัวเลือก 2))
- ถูก เพราะ ถ้า $x = \{\phi\}$ เลือก $y = \{\{\phi\}\} \therefore x \in y$
ถ้า $x = \{\{\phi\}\}$ เลือก $y = \{\phi\} \therefore y \in x$

- เฉลย 3) 20

วงกลมทั้งสองมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ A(10, 0) และ B(-15, 0) และมีรัศมี 6 และ 9 หน่วย ตามลำดับ $\overline{PQ}$ เป็นเส้นสัมผัสภายในเพราะสั้นกว่าเส้นสัมผัสภายนอกให้ $\overline{PQ}$ ตัดกับ $\overline{AB}$ ที่จุด D ซึ่งแบ่ง $\overline{AB}$ ออกเป็นสองส่วนที่มีความยาวได้สัดส่วนกับรัศมี รูปสามเหลี่ยม APD และ BQD คล้ายกัน โดยมีอัตราส่วนความคล้าย 6 : 9 หรือ 2 : 3 ดังนั้น D(0, 0) เป็นจุดกำเนิด, $PD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ หน่วย, $QD = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ หน่วย และ $PQ = 8 + 12 = 20$ หน่วย



- เฉลย 3) 120

วิธีที่ 1 จากโจทย์ จะได้ว่า N เป็นจำนวน 3 หลัก

กรณีที่ 1 N มี 0 ประกอบ $\therefore$ 0 ต้องอยู่ในหลักหน่วย

หลักสิบ, หลักร้อย เลือกจาก $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ได้ $\binom{9}{2} = 36$ วิธี

ซึ่งเพราะว่าหลักสิบและหลักร้อยที่เลือกมา โดน (ii) บังคับให้หลักร้อยมากกว่าหลักสิบ

$\therefore$ จึงมี N ที่สอดคล้องในกรณีนี้ 36 จำนวน

กรณีที่ 2 N ไม่มี 0 ประกอบ

$\therefore$ 3 หลัก เลือกจาก $\{1, 2, \dots, 9\}$ ได้ $\binom{9}{3} = 84$ วิธี

และโดยเหตุผลทำนองเดียวกันกรณีที่ 1 $\therefore$ N ที่สอดคล้องในกรณีนี้มี 84 จำนวน

จากทั้ง 2 กรณี มี N ที่สอดคล้องอยู่ $36 + 84 = 120$ จำนวน

วิธีที่ 2 เลือกหลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อยจาก $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ได้ $\binom{10}{3} = 120$ วิธี

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaw.com