

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย
เพื่อเตรียมสอบ O-NET และ 7 วิชาสามัญ
วิชาคณิตศาสตร์
ชุดที่ 2 (ตอนที่ 1/1)

โดยช่วงตั้งแต่ 25 พ.ย. 57 - 6 ก.พ. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้
วันอังคารที่ราชองครุฑ, วันพุธที่ชาตินิต, วันพฤหัสบดีที่ชาตวิทย์, วันศุกร์ที่วิชาไทย-สังคม

เดลินิวส์

ร่วมกับ



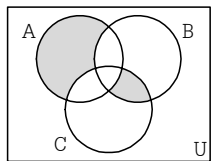
นักเรียน
บุรณกร

ส่วนที่ 1 : เตรียมสอบ O-NET

1. โตะกลมตัวหนึ่งมีแก้วอยู่ 5 ตัว แต่ละตัวมีหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 กำกับตามลำดับ จำนวนวิธีให้คน 7 คน หนึ่งโตะกลมนี้เป็นเท่าใด (หนึ่งคือมี 2 คนไม่ได้หนึ่งแก้ว)

- 1) 24 2) 504 3) 2520 4) 5040

2. พื้นที่แรเงาในภาพ ตรงกับเซตในข้อใด



- 1) $[A-B-C] \cup [B-A-C']$
2) $[A-B-C] \cup [B-A-C]$
3) $[A-B-C'] \cup [B-A-C]$
4) $[A-B-C'] \cup [B-A-C']$

3. พิจารณา $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 + 5x = 12\}$ และ $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y - 1 = 27\}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- 1) r_1 และ r_2 เป็นฟังก์ชัน 2) r_1 และ r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน
3) r_1 เป็นฟังก์ชันแต่ r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน 4) r_1 ไม่เป็นฟังก์ชันแต่ r_2 เป็นฟังก์ชัน

ส่วนที่ 2 : เตรียมสอบ 7 วิชาสามัญ

4. จงหาค่าของ $\cos 36^\circ$

- 1) $\frac{2+\sqrt{5}}{8}$ 2) $\frac{1+\sqrt{2}}{5}$ 3) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ 4) $\frac{5+\sqrt{2}}{10}$

5. สำหรับจำนวนเต็มบวก n ที่มี $f(n) = \log_{2002} n^2$ ถ้า $N = f(11) + f(13) + f(14)$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- 1) $N < 1$ 2) $N = 1$ 3) $1 < N < 2$ 4) $N = 2$

6. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง คือ 2, 3, 4, ..., 10, 11 แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้อยู่ในช่วงในข้อใด

- 1) (7, 9) 2) (4.5, 6.5) 3) (3.5, 4) 4) (2.5, 3)

7. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x} & , x < 0 \\ 2k-1 & , x = 0 \\ \frac{3x^5+4x^2}{5x^4-2x^2} + 3k & , x > 0 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{7}{3}$ 2) $k = \frac{3}{4}$ เมื่อ f มีลิมิตที่ $x = 0$
3) f ต่อเนื่องที่ $x = 0$ เมื่อ $k = \frac{3}{4}$ 4) ถ้า $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ มีค่าแล้ว f ต่อเนื่องที่ $x = 0$

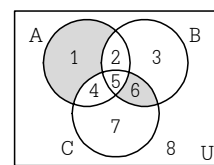
เฉลย

1. เฉลย 3) 2520

จากโจทย์ แก้วแต่ละตัวมีหมายเลขกำกับ จึงเป็นการเรียงเชิงเส้น แก้วตัวที่ 1 เลือกคนมานั่ง 1 คน ได้ 7 แบบ แก้วตัวที่ 2 เลือกคนมานั่ง 1 คน ได้ 6 แบบ
:
แก้วตัวที่ 5 เลือกคนมานั่ง 1 คน ได้ 3 แบบ
∴ จำนวนวิธีทั้งหมด คือ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$

2. เฉลย 1) $[A-B-C] \cup [B-A-C']$

จากแผนภาพในโจทย์ กำหนดสมาชิกแทนอาณาบริเวณของแต่ละส่วน ดังรูป



จะได้ว่า $A = \{1, 2, 4, 5\}$
 $B = \{2, 3, 5, 6\}$
 $C = \{4, 5, 6, 7\}$
และ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

ดังนั้น พื้นที่ที่แรเงาเขียนเป็นเซตได้ คือ $\{1, 6\}$
เนื่องจาก $[A-B-C] = \{1\}$ และ $[B-A-C'] = \{6\}$
∴ $[A-B-C] \cup [B-A-C'] = \{1, 6\}$ ซึ่งตรงกับพื้นที่ที่แรเงา

3. เฉลย 2) r_1 และ r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

พิจารณา r_1 เนื่องจาก $(0, \sqrt{12})$ และ $(0, -\sqrt{12}) \in r_1$
ดังนั้น r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน
พิจารณา r_2 เมื่อให้ $x = 0$ จะได้ $y - 1 = 27$
ซึ่ง y ที่สอดคล้องสมการข้างต้นมี 2 ค่า คือ $y = 28$ และ -26
∴ $(0, 28), (0, -26) \in r_2$ ดังนั้น r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

4. เฉลย 3) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

เริ่มต้นโดยสังเกตว่า $36^\circ = \frac{2}{5}(90^\circ)$

ให้ $\theta = 18^\circ$ เพื่อให้ $2\theta = 36^\circ$ และ $3\theta = 54^\circ$

โดยที่ $54^\circ + 36^\circ = 90^\circ$

เนื่องจาก \cos ของมุมหนึ่ง เท่ากับ \sin ของมุมประกอบมุมฉาก

ดังนั้น $\cos 3\theta = \sin 2\theta$

จากสูตรสำหรับฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมพหุคูณ

จะได้ $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
 $= 2c\sqrt{1-c^2}$ เมื่อ $c = \cos \theta$... (1)

และ $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$
 $= 4c^3 - 3c$ เมื่อ $c = \cos \theta$... (2)

จาก (1) = (2); $2c\sqrt{1-c^2} = 4c^3 - 3c$

$2\sqrt{1-c^2} = 4c^2 - 3$

$4 - 4c^2 = 16c^4 - 24c^2 + 9$

$16c^4 - 20c^2 + 5 = 0$

ให้ $c^2 = y$ จะได้ $16y^2 - 20y + 5 = 0$

$c^2 = y = \frac{20 \pm \sqrt{80}}{32} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{8}$ (ดู *)

ใช้สูตรมุมสองเท่า $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$

จะได้ $\cos 36^\circ = 2 \cos^2 18^\circ - 1$

$= 2c^2 - 1 = 2\left(\frac{5+\sqrt{5}}{8}\right) - 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$

(* เราไม่ใช้ราก $c^2 = y = \frac{5-\sqrt{5}}{8}$ เพราะค่า $\cos 36^\circ$ ที่คิดออกมาเป็น

$\frac{1-\sqrt{5}}{4}$ ซึ่งเป็นค่าลบจึงไม่ถูกต้องสำหรับค่า \cos มุมแหลม)

5. เฉลย 4) $N = 2$

$N = \log_{2002} 11^2 + \log_{2002} 13^2 + \log_{2002} 14^2$
 $= \log_{2002} 11^2 \cdot 13^2 \cdot 14^2$
 $= \log_{2002} (11 \cdot 13 \cdot 14)^2$
 $= 2 \log_{2002} 2002$
 $= 2 \cdot 1 = 2$

6. เฉลย 4) (2.5, 3)

∴ S.D. = $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$
 $= \sqrt{\frac{2^2+3^2+\dots+11^2}{10} - \left(\frac{2+3+\dots+11}{10}\right)^2}$

∴ $1^2 + 2^2 + \dots + 11^2 = \frac{11 \cdot (11+1)(2 \cdot 11 + 1)}{6} = 506$

∴ $2^2 + 3^2 \dots + 11^2 = 506 - 1^2 = 505$

และ $1 + 2 + \dots + 11 = \frac{11(11+1)}{2} = 66$

∴ $2 + 3 + \dots + 11 = 66 - 1 = 65$

ดังนั้น S.D. = $\sqrt{\frac{505}{10} - \left(\frac{65}{10}\right)^2} = \sqrt{50.5 - 42.25} = \sqrt{8.25}$

∴ $6.25 < 8.25 < 9$

∴ $2.5 < \sqrt{8.25} < 3$

7. เฉลย 2) $k = \frac{3}{4}$ เมื่อ f มีลิมิตที่ $x = 0$

1) ผิด เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{3(1)^5 + 4(1)^2}{5(1)^4 - 2(1)^2} + 3k = \frac{7}{3} + 3k$ ซึ่งจะไม่เท่ากับ $\frac{7}{3}$ เมื่อ $k \neq 0$

2) ถูก เพราะ ถ้า f มีลิมิตที่ $x = 0$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2-\sqrt{4-x}}{x} \cdot \frac{2+\sqrt{4-x}}{2+\sqrt{4-x}}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4-(4-x)}{x(2+\sqrt{4-x})} = \frac{1}{4}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^5+4x^2}{5x^4-2x^2} + 3k$
 $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2(3x^3+4)}{x^2(5x^2-2)} + 3k = -2 + 3k$

เมื่อ $-2 + 3k = \frac{1}{4}$ จะได้ $k = \frac{3}{4}$

3) ผิด เพราะ เมื่อ $k = \frac{3}{4}$ จาก ตัวเลือก 2) จะได้ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{4}$

แต่ที่ $x = 0$ จะได้ $f(0) = 2k - 1 = 2\left(\frac{3}{4}\right) - 1 = \frac{1}{2}$

∴ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$ ทำให้ $f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$

4) ผิด เพราะ เมื่อ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ มีค่า ซึ่งก็คือ $\frac{1}{4}$ แต่ $f(0) = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$