

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 5 (ตอนที่ 6/6)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



นักเรียน
บุณดิษฐา

โดยช่วงตั้งแต่ 13 ต.ค. 58-26 ก.พ. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ถ้า $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วประพจน์ A และ B ต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเป็นเท็จ

A : $p \Rightarrow (q \vee (r \wedge s))$
B : $q \Rightarrow (p \Rightarrow (r \wedge \sim s))$

 - A เป็นจริง และ B เป็นจริง
 - A เป็นจริง และ B เป็นเท็จ
 - A เป็นเท็จ และ B เป็นจริง
 - A เป็นเท็จ และ B เป็นเท็จ
- ใช้เลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตัวละ 1 ครั้ง เขียนเลข 6 หลัก abcdef โดยที่จำนวน 3 หลัก abc ทหารด้วย 4 ลงตัว จำนวน bcd ทหารด้วย 5 ลงตัว จำนวน cde ทหารด้วย 3 ลงตัว และจำนวน def ทหารด้วย 11 ลงตัว เลขโดด a คือเลขโดดตัวใด
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4 หรือ 6
- ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดโดย $f(x) = x + 2$ และ $g(x) = x$ ถ้าสมการ $3g(x) \cdot \log_3 f(x) = f(x)$ สำหรับ $x > -2$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 จำนวน คือ a และ b แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 2
 - 0
 - 6
 - 8
- มีลูกเต๋ายี่ตรง 2 ลูก แต่ว่าลูกที่หนึ่งไม่มีหน้า 4 มีหน้า 1 สองหน้า และลูกที่สองไม่มีหน้า 1 มีหน้า 6 สองหน้า ถ้าทอดลูกเต๋าคูนี้หนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลบวกของแต้มบนหน้าที่หงายขึ้นมาเป็นจำนวนคู่เท่ากับเท่าใด
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{4}{9}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{5}{9}$
- ผลบวกของคำตอบของสมการ $2 \cdot 8^x + 32 \cdot 8^{-x} = 65$ เท่ากับเท่าใด
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{4}{3}$
 - 2
 - 6
- ถ้า $p(x) = x^2 + x - 2$ และ $q(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ สำหรับจำนวนจริง r ใดๆ $q(r) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $p(r) = 0$ ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $a - b + c$ เท่ากับเท่าใด
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6
- ไฟลับรินหนึ่งประกอบด้วยไฟ 4 ดอก (ไฟแดง ไฟดำ ดอกจิก และข้าวหลามตัด) แต่ละดอกมี 13 ไบ ได้แก่ 2, 3, 4, ..., 10, J, Q, K และ A มีค่าจากน้อยไปมาก ยกเว้น A ซึ่งอาจกำหนดค่าได้ 2 อย่างคือ $A < 2$ หรือ $A > K$ ถ้าจั่วไฟ 5 ไบจากลับรินโดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่จะได้ไฟเรียงกันทั้ง 5 ไบ เช่น 4, 5, 6, 7, 8 แต่ไม่ใช่ ไฟดอกเดียวกันทั้ง 5 ไบ เท่ากับเท่าใด
 - $\frac{10(4^5 - 4)}{\binom{52}{5}}$
 - $\frac{9(4^5 - 4)}{\binom{52}{5}}$
 - $\frac{10(4^5 - 4)}{52^5}$
 - $\frac{9 \times 4^5}{\binom{52}{5}}$

เฉลย

- เฉลย 3) A เป็นเท็จ และ B เป็นจริง

ขั้นที่ 1 ทาค่าความจริงของ p, q, r และ s
เนื่องจาก $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ดังนั้น $p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ $r \vee s$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ นั่นคือ p และ $\sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่ และ r และ s มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่ สรุปได้ว่า p มีค่าความจริงเป็นจริงเพียงประพจน์เดียว ส่วน q, r และ s มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้ง 3 ประพจน์

ขั้นที่ 2 ทาค่าความจริงของ A และ B
A : $p \Rightarrow (q \vee (r \wedge s))$ B : $q \Rightarrow (p \Rightarrow (r \wedge \sim s))$
T || F | F F F F F F || T | T F F F T F
สรุปว่า A และ B มีค่าความจริงเป็นเท็จและเป็นจริง ตามลำดับ
- เฉลย 3) 3

เนื่องจาก bcd ทหารด้วย 5 ลงตัว ดังนั้น d = 5 และจะได้ว่า def เป็นจำนวนเต็มระหว่าง 500 และ 599 ที่หารด้วย 11 ลงตัว ในจำนวนเหล่านี้มีเพียงจำนวนเดียวเท่านั้นที่หารด้วย 11 ลงตัวคือ 561 ดังนั้น def = 561
เนื่องจาก cde ทหารด้วย 3 ลงตัว ดังนั้น $c + d + e = c + 5 + 6 = c + 11$ ต้องหารด้วย 3 ลงตัวด้วย ซึ่งเป็นไปได้เพียง 2 กรณี คือ c = 1 หรือ c = 4 แต่ f = 1 จึงได้ c = 4 และได้ว่า abc ต้องเป็น 234 หรือ 324 แต่ 234 หารด้วย 4 ไม่ลงตัว ดังนั้น abc = 324 และ abcdef = 324561 สรุปว่า a = 3
- เฉลย 2) 0

จาก $f(x) = 3g(x) \cdot \log_3 f(x)$ โดย $f(x) = x + 2$ และ $g(x) = x$ จะได้ $x + 2 = 3^x \cdot \log_3 (x + 2) = (3^{\log_3 (x + 2)})^x = (x + 2)^x$ สังเกตว่า สมการ $x + 2 = (x + 2)^x$ เมื่อ $x > -2$ มี 2 คำตอบคือ a = 1 และ b = -1 ดังนั้น a + b = 0
- เฉลย 2) $\frac{4}{9}$

ลูกเต๋าลูกที่หนึ่งมีแต้มบนหน้าต่างๆ ดังนี้ 1, 1, 2, 3, 5, 6
ลูกเต๋าลูกที่สองมีแต้มบนหน้าต่างๆ ดังนี้ 2, 3, 4, 5, 6, 6
ผลบวกของแต้มของลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่เกิดขึ้นได้ 2 กรณี

กรณีที่ 1 แต้มของลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่ทั้งสองลูก
กรณีนี้มีผลลัพธ์เป็นไปได้ $2 \times 4 = 8$ วิธี

กรณีที่ 2 แต้มของลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคี่ทั้งสองลูก
กรณีนี้มีผลลัพธ์เป็นไปได้ $4 \times 2 = 8$ วิธี

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มของลูกเต๋าคือเป็นจำนวนคู่เท่ากับ $\frac{8+8}{36} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

- เฉลย 2) $\frac{4}{3}$

ให้ $y = 8^x$ สมการ $2 \cdot 8^x + 32 \cdot 8^{-x} = 65$ ที่กำหนดให้กลายเป็น
 $2y + \frac{32}{y} = 65$
 $2y^2 + 32 = 65y$
 $2y^2 - 65y + 32 = 0$
 $(2y - 1)(y - 32) = 0$
 $y = \frac{1}{2}, 32$
ถ้า $y = 8^x = \frac{1}{2}$ แล้วจะได้ $x = -\frac{1}{3}$
ถ้า $y = 8^x = 32$ แล้วจะได้ $x = \frac{5}{3}$
ดังนั้น ผลบวกของคำตอบของสมการคือ $-\frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$
- เฉลย 3) 5

$q(r) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $p(r) = 0$ หมายความว่า $x^2 + x - 2 = 0$ และ $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ มีเซตคำตอบเดียวกัน เนื่องจากเซตคำตอบของ $x^2 + x - 2 = 0$ คือ $\{-2, 1\}$
ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่าง $x^2 + x - 2$ และ $x^3 + ax^2 + bx + c$ เป็นไปได้ 2 กรณี ได้แก่

หรือ $x^3 + ax^2 + bx + c = (x - 1)(x^2 + x - 2) \dots(1)$
หรือ $x^3 + ax^2 + bx + c = (x + 2)(x^2 + x - 2) \dots(2)$
ในกรณีที่ (1) $x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 - 3x + 2$
จะได้ a = 0, b = -3, c = 2 และจะได้ a - b + c = 0 + 3 + 2 = 5
ในกรณีที่ (2) $x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 + 3x^2 - 4$
จะได้ a = 3, b = 0, c = -4 และจะได้ a - b + c = 3 - 0 - 4 = -1
ดังนั้น ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ a - b + c เท่ากับ 5
- เฉลย 1) $\frac{10(4^5 - 4)}{\binom{52}{5}}$

จั่วไฟ 5 ไบจากไฟลับรินหนึ่งซึ่งมี 52 ไบ ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี $\binom{52}{5}$ วิธี
ไฟเรียงกัน 5 ไบมีทั้งหมด 10 แบบเริ่มต้นจาก A หรือ 2 หรือ 3 หรือ ... หรือ 10

แบบที่ 1 A, 2, 3, 4, 5
แบบที่ 2 2, 3, 4, 5, 6
แบบที่ 3 3, 4, 5, 6, 7
:
แบบที่ 10 10, J, Q, K, A

แต่ละแบบมี $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ วิธีแตกต่างกัน แต่มี 4 วิธีที่ไฟแต่ละแต้มเป็นดอกเดียวกันทั้งหมด ดังนั้นจำนวนวิธีที่จะได้ไฟเรียงกัน 5 ไบโดยไม่ใช่ดอกเดียวกันทั้งหมดเท่ากับ $10(4^5 - 4)$ และความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ดังกล่าวนี้เท่ากับ $\frac{10(4^5 - 4)}{\binom{52}{5}}$