

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 5 (ตอนที่ 5/6)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



นักเรียน
บุรณทร

โดยช่วงตั้งแต่ 13 ต.ค. 58-26 ก.พ. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ แล้วสับเซตของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวเป็นสมาชิกของ B มีทั้งหมดกี่เซต

- 1) 512 2) 625 3) 784 4) 896

2. ให้ $f(x) = 1 - 3x$ ถ้า $(f \circ g')(x) = 9x^2 - 6x + 7$ และ $g(1) = 0$ แล้ว $(g \circ g')(2)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) -10 2) 0 3) 10 4) 1122

3. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{1}{x - \sqrt{x}} > 1$ ถ้า m คือ ขอบล่างที่มีค่ามากที่สุดของ A และ M คือ ขอบบนที่มีค่าน้อยที่สุดของ A แล้ว $m + M$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

4. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x-2, & x \leq 5 \\ cx-3, & x > 5 \end{cases}$ ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง แล้ว $f(15)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 14 2) 15 3) 16 4) 18

5. ถ้า $g(x) = 1 - x^2$ และ $f(g(x)) = \frac{1-x^2}{x^2}$ เมื่อ $x \neq 0$ แล้ว $(fg)(2)$ เท่ากับเท่าใด

- 1) 4 2) 5 3) 6 4) 7

6. ถ้า $\log(\log(\log(\log x))) = 0$ มีคำตอบเป็น $x = 10^k$ แล้ว k มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 1 2) 10 3) 10^{10} 4) $10^{10^{10}}$

7. วงรี E_1 มีสมการเป็น $4x^2 - 8x + 9y^2 + 3 = 0$ ถ้า E_2 เป็นวงรีที่มีแกนโทร่วมกับวงรี E_1 และมีจุดโฟกัสทั้งสองของ E_1 เป็นจุดยอด แล้วสมการของ E_2 คือสมการในข้อใด

- 1) $36(x-1)^2 + 9y^2 = 1$ 2) $36(x-1)^2 + 45y^2 = 5$
3) $45(x-1)^2 + 36y^2 = 1$ 4) $45(x-1)^2 + 36y^2 = 5$

เฉลย

1. เฉลย 4) 896

เนื่องจาก สับเซตของ A มีทั้งหมด 2^{10} เซต และสับเซตของ A ที่ไม่มี 1, 2 หรือ 3 เป็นสมาชิกเลยมีทั้งหมด 2^7 เซต

ดังนั้น สับเซตของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวเป็นสมาชิกของ B มีทั้งหมด

$$\begin{aligned} 2^{10} - 2^7 &= 2^7(2^3 - 1) \\ &= 128 \times 7 \\ &= 896 \text{ เซต} \end{aligned}$$

2. เฉลย 4) 1122

จาก $f(x) = 1 - 3x$
จะได้ $(f \circ g')(x) = f(g'(x))$
 $9x^2 - 6x + 7 = 1 - 3 \cdot g'(x)$
 $g'(x) = -3x^2 + 2x - 2$
และ $g(x) = \int (-3x^2 + 2x - 2) dx = -x^3 + x^2 - 2x + C$
เนื่องจาก $g(1) = 0$
จะได้ $-(1)^3 + (1)^2 - 2(1) + C = 0$ หรือ $C = 2$
ดังนั้น $g(x) = -x^3 + x^2 - 2x + 2$
และจะได้ $(g \circ g')(2) = g(g'(2))$
 $= g(-3(2)^2 + 2(2) - 2) = g(-10)$
 $= -(-10)^3 + (-10)^2 - 2(-10) + 2 = 1122$

3. เฉลย 4) 4

จาก $\frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{1}{x - \sqrt{x}} > 1$
สังเกตว่า $x > 0, x \neq 0, x \neq 1$ ไม่เช่นนั้น นิพจน์ทั้งสองทางข้างซ้ายของสมการจะหาค่าไม่ได้ ทำตัวส่วนของนิพจน์ทางข้างซ้ายของสมการให้เป็นรูปตรรกยะโดยคูณด้วยสังยุค จะได้

$$\frac{1}{x + \sqrt{x}} \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{x - \sqrt{x}} \cdot \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} > 1$$

$$\frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x} + \frac{x + \sqrt{x}}{x^2 - x} > 1$$

$$\frac{2x}{x^2 - x} > 1$$

$$\frac{2}{x-1} > 1, (x > 0)$$

แยกพิจารณาเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 เมื่อ $0 < x < 1$

ในกรณีนี้ $-1 < x - 1 < 0$ และจะได้ $-\infty < \frac{2}{x-1} < -2$

ดังนั้น อสมการ $\frac{2}{x-1} > 1$ ไม่มีคำตอบบนช่วง $0 < x < 1$

กรณีที่ 2 เมื่อ $1 < x < \infty$

ในกรณีนี้ $x - 1 > 0$ และจาก $\frac{2}{x-1} > 1$ จะได้ $2 > x - 1$ หรือ $x < 3$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการที่กำหนดให้ คือ $A = (1, 3)$

จะได้ $m =$ ขอบล่างที่มีค่ามากที่สุดของ $A = 1$

และ $M =$ ขอบบนที่มีค่าน้อยที่สุดของ $A = 3$

ดังนั้น $m + M = 1 + 3 = 4$

4. เฉลย 2) 15

เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ดังนั้น f ต่อเนื่องที่ $x = 5$ นั่นคือ

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = f(5)$$

$$5c - 3 = 5 - 2$$

$$c = \frac{6}{5}$$

ดังนั้น $f(15) = \frac{6}{5}(15) - 3 = 15$

5. เฉลย 3) 6

เนื่องจาก $f(g(x)) = \frac{1-x^2}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2} = \frac{g(x)}{1-g(x)}$

ดังนั้น $f(x) = \frac{x}{1-x}$

และจะได้ $(fg)(2) = f(2) \cdot g(2) = \frac{2}{1-2} \cdot (1-2^2) = 6$

6. เฉลย 3) 10^{10}

เราทราบว่า $\log_{10} n = y$ ก็ต่อเมื่อ $10^y = n$

จาก $\log(\log(\log(\log x))) = 0$

จะได้ $\log(\log(\log x)) = 10^0 = 1$

$$\log(\log x) = 10^1 = 10$$

$$\log x = 10^{10}$$

$$x = 10^{10^{10}} = 10^k$$

ดังนั้น $k = 10^{10}$

7. เฉลย 2) $36(x-1)^2 + 45y^2 = 5$

สมการของวงรี E_1 คือ $4x^2 - 8x + 9y^2 + 3 = 0$ สามารถเขียนใหม่เป็น

$$4(x^2 - 2x + 1) + 9y^2 = 1$$

$$4(x-1)^2 + 9y^2 = 1$$

$$\frac{(x-1)^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$$

เมื่อเทียบกับ $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (สมการรูปแบบมาตรฐานของวงรี)

จะได้ว่า วงรี E_1 มีแกนเอกอยู่บนแกน x จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (1, 0) จุดโฟกัสอยู่ที่

$$(1 \pm c, 0) \text{ เมื่อ } c^2 = a^2 - b^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36} \text{ และ } c = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

เนื่องจาก วงรี E_2 มีแกนโทร่วมกับวงรี E_1 (จะได้ $b^2 = \frac{1}{9}$) จุดศูนย์กลางอยู่ที่

$(h, k) = (1, 0)$ จุดยอดอยู่ที่ $\left(1 \pm \frac{\sqrt{5}}{6}, 0\right)$ (จะได้ $a^2 = \frac{5}{36}$) ดังนั้น สมการของ E_2 คือ

$$\frac{(x-1)^2}{\frac{5}{36}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$$

$$\frac{36(x-1)^2}{5} + 9y^2 = 1$$

$$36(x-1)^2 + 45y^2 = 5$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่ www.bunditnaeaw.com