

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 5 (ตอนที่ 4/6)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



นักเรียน
ไปรณกร

โดยช่วงตั้งแต่ 13 ต.ค. 58-26 ก.พ. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ถ้า $f(3x) = \frac{3}{3+x}$ แล้ว $(f^{-1} + f')(-3)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - $-\frac{47}{4}$
 - $\frac{47}{4}$
 - $-\frac{49}{4}$
 - $\frac{49}{4}$
- ให้ $0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \dots$ แทนคำตอบที่เป็นจำนวนบวกของสมการ $\sin(4\theta) = \cos(2\theta)$ ถ้า $\theta_{15} = \frac{a\pi}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ แล้ว a + b มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 47
 - 53
 - 57
 - 61
- กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -4 & x \\ x & 2 \end{bmatrix}$ เมื่อ $x > 0$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ถ้า $\det(3A) = -27x^2$ แล้ว $\det(AB + 12A^{-1})$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 65
 - 80
 - 160
 - 240
- คอร์ต 2 เส้นของวงกลมวงหนึ่งตั้งฉากกันและตัดกันที่จุด O ซึ่งแบ่งคอร์ตเส้นหนึ่งเป็น 2 ส่วน ยาว 3 หน่วย และ 4 หน่วย และแบ่งคอร์ตอีกเส้นหนึ่งเป็น 2 ส่วน ยาว 6 หน่วย และ 2 หน่วย อยากรทราบว่ายาวผ่านศูนย์กลางของวงกลมนี้นยาวกี่หน่วย
 - $\sqrt{89}$
 - $\sqrt{65}$
 - $\sqrt{75}$
 - 9
- ถ้า $p \Rightarrow (q \wedge r)$, $q \Rightarrow (p \vee r)$ และ $r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ ต่างมีค่าความจริงเป็นจริง แล้วประพจน์ p, q และ r ประพจน์ใดบ้างที่มีค่าความจริงเป็นจริง
 - p เท่านั้น
 - q เท่านั้น
 - r เท่านั้น
 - p, q และ r มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งสามประพจน์

เฉลย

1. เฉลย 3) $-\frac{49}{4}$

ขั้นที่ 1 หา f(x)

แทน x ใน $f(3x) = \frac{3}{3+x}$ ด้วย $\frac{x}{3}$ จะได้

$$f\left(3\left(\frac{x}{3}\right)\right) = \frac{3}{3+\frac{x}{3}}$$

$$f(x) = \frac{9}{9+x}$$

ขั้นที่ 2 หา $f^{-1}(x)$

$$\text{จาก } f(x) = \frac{9}{9+x}$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{9}{9+f^{-1}(x)}$$

$$9x + xf^{-1}(x) = 9$$

$$f^{-1}(x) = \frac{9-9x}{x}$$

ขั้นที่ 3 หา f'(x)

$$f'(x) = \frac{(9+x)(0) - 9(1)}{(9+x)^2} = -\frac{9}{(9+x)^2}$$

ขั้นที่ 4 หา $(f^{-1} + f')(-3)$

$$(f^{-1} + f')(-3) = f^{-1}(-3) + f'(-3)$$

$$= \frac{9-9(-3)}{-3} - \frac{9}{(9-3)^2}$$

$$= -12 - \frac{1}{4} = -\frac{49}{4}$$

2. เฉลย 2) 53

$$\sin(4\theta) = \cos(2\theta)$$

$$2 \sin(2\theta) \cos(2\theta) = \cos(2\theta)$$

$$2 \sin(2\theta) = 1 \text{ หรือ } \cos(2\theta) = 0$$

$$\sin(2\theta) = 1/2 \text{ หรือ } \cos(2\theta) = 0$$

สำหรับ $\sin(2\theta) = 1/2$ เมื่อ $\theta > 0$ จะได้

$$2\theta = \pi/6 + 2k\pi \text{ หรือ } 2\theta = 5\pi/6 + 2k\pi, k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\theta = \pi/12 + k\pi \text{ หรือ } \theta = 5\pi/12 + k\pi, k = 0, 1, 2, \dots \dots(1)$$

สำหรับ $\cos(2\theta) = 0$ เมื่อ $\theta > 0$ จะได้

$$2\theta = \pi/2 + 2k\pi \text{ หรือ } 2\theta = 3\pi/2 + 2k\pi, k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\theta = \pi/4 + k\pi \text{ หรือ } \theta = 3\pi/4 + k\pi, k = 0, 1, 2, \dots \dots(2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า คำตอบที่เป็นจำนวนบวกของ $\sin(4\theta) = \cos(2\theta)$ เขียนได้ในรูปแบบ

$$\theta = \pi/12 + k\pi, \theta = 5\pi/12 + k\pi, \theta = \pi/4 + k\pi = 3\pi/12 + k\pi \text{ หรือ}$$

$$\theta = 3\pi/4 + k\pi = 9\pi/12 + k\pi \text{ เมื่อ } k = 0, 1, 2, \dots$$

หรือเขียน θ เรียงอันดับจากน้อยไปมากทีละ 4 คำได้ในรูปแบบ

$$\theta = \pi/12, 3\pi/12, 5\pi/12, 9\pi/12,$$

$$13\pi/12, 15\pi/12, 17\pi/12, 21\pi/12,$$

$$25\pi/12, 27\pi/12, 29\pi/12, 33\pi/12,$$

$$37\pi/12, 39\pi/12, 41\pi/12, 45\pi/12, \dots$$

จะเห็นได้ว่า เมื่อเขียน $\theta_{15} = \frac{41\pi}{12}$ ในรูปแบบ $\frac{a\pi}{b}$ เมื่อ a และ b

เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ จะได้ $a + b = 41 + 12 = 53$

3. เฉลย 2) 80

$$\text{จากโจทย์ } \det(A) = (-4)(2) - x^2 = -8 - x^2$$

$$\det(3A) = 3^2 \det(A) = 9(-8 - x^2)$$

$$\text{แต่โจทย์กำหนด } \det(3A) = -27x^2$$

$$\text{ดังนั้น } 9(-8 - x^2) = -27x^2$$

$$-8 - x^2 = -3x^2$$

$$2x^2 = 8$$

$$x = 2, (x > 0)$$

$$\text{จะได้ } A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{และ } \det(A) = -8 - 4 = -12$$

$$AB = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -14 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

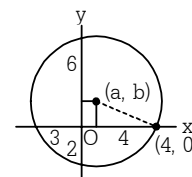
$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \frac{1}{(-12)} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB + 12A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -14 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} + 12 \cdot \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -12 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } \det(AB + 12A^{-1}) = (-2)(8) - (8)(-12) = 8(-2 + 12) = 80$$

4. เฉลย 2) $\sqrt{65}$

ให้คอร์ตทั้งสองอยู่บนแกน x และ แกน y ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



ให้ (a, b) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เนื่องจากเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับคอร์ตผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม ดังนั้น

$$3 + a = 4 - a \text{ และ } 2 + b = 6 - b$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ และ } b = 2$$

จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ $(a, b) = (\frac{1}{2}, 2)$

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมมีความยาวเป็น 2 เท่าของรัศมีจากจุด $(\frac{1}{2}, 2)$ ถึง $(4, 0)$

$$2\sqrt{\left(4 - \frac{1}{2}\right)^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{\frac{49}{4} + 4} = 2\sqrt{\frac{49 + 16}{4}} = \sqrt{65}$$

5. เฉลย 4) p, q, r มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งสามประพจน์

สมมติว่า p เป็นจริง จากที่กำหนดให้ว่า $p \Rightarrow (q \wedge r)$ เป็นจริง จะได้ว่า q และ r ต้องเป็นจริง แต่ถ้าเป็นเช่นนั้น แล้ว $r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ ต้องเป็นเท็จ ขัดแย้งกับสิ่งที่กำหนดให้ ดังนั้น p เป็นจริงไม่ได้

p ต้องเป็นเท็จ ... (1)

เนื่องจาก p เป็นเท็จ และ $r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ เป็นจริง ดังนั้น r เป็นจริงไม่ได้

r ต้องเป็นเท็จ ... (2)

และเนื่องจาก p และ r เป็นเท็จ และ $q \Rightarrow (p \vee r)$ เป็นจริง ดังนั้น q เป็นจริงไม่ได้

q ต้องเป็นเท็จ ... (3)

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenew.com