

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 5 (ตอนที่ 3/6)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



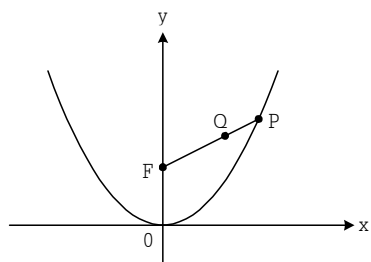
**นักเรียน
บุรณทรานิว**

โดยช่วงตั้งแต่ 13 ต.ค. 58-26 ก.พ. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ให้ x, y และ z เป็นค่าคงตัวที่มากกว่า 1 และให้ w เป็นจำนวนบวกซึ่งมีสมบัติว่า $\log_x w = 24, \log_y w = 40, \log_{xyz} w = 12$ แล้ว $\log_z w$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 58 2) 59
- 3) 60 4) 61

2. ให้ P เป็นจุดใดๆ บนพาราโบลา $x^2 = 12y$ และให้ F เป็นจุดโฟกัสของพาราโบลา Q เป็นจุดบนส่วนของเส้นตรง FP และแบ่ง FP เป็น 2 ส่วนในอัตราส่วน $FQ : QP = 2 : 1$ เมื่อ P เคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้งพาราโบลา $x^2 = 12y$ จุด Q จะเคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้งซึ่งเป็นกราฟของสมการใดต่อไปนี้



- 1) $x^2 = 8(y - 1)$ 2) $x^2 = 8(y + 1)$
- 3) $y^2 = 8(x - 1)$ 4) $y^2 = 8(x + 1)$

3. ให้ $a_0 = 1$ และ $b_0 = 2$ สำหรับจำนวนเต็ม $n \geq 1$

ถ้า $a_n = 2a_{n-1} + 3b_{n-1}$

$b_n = a_{n-1} - 2b_{n-1}$

เศษเหลือ เมื่อหาร a_3 ด้วย 4 คือจำนวนใด

- 1) 0 2) 1
- 3) 2 4) 3

4. ให้ $A = \{a, b, c, d\}$ เมื่อเลือกฟังก์ชัน $f : A \rightarrow A$ โดยสุ่ม 1 ฟังก์ชัน ความน่าจะเป็นที่จะได้ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง A เท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{6}$
- 3) $\frac{1}{16}$ 4) $\frac{3}{32}$

5. ให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีสมบัติ $f(x + y) = f(x) + f(y) - 2xy$ สำหรับจำนวนเต็มบวก x และ y ทุกจำนวน ถ้า $f(1) = 4$ แล้ว $f(8)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 24 2) 23
- 3) 22 4) 20

6. กำหนดให้ $f(x) = \log \sqrt{5x + 5} + \frac{1}{2} \log (2x + 1) - \log 15$ กราฟของ $f(x)$ ตัดแกน x ที่จุดและจุดตัด แกน x มีพิกัด x อยู่ในช่วงใด

- 1) จุดเดียว และพิกัด x อยู่ในช่วง $(-6, -5)$
- 2) จุดเดียว และพิกัด x อยู่ในช่วง $(3, 5)$
- 3) สองจุด และพิกัด x อยู่ในช่วง $(-5, 5)$
- 4) สองจุด และพิกัด x อยู่ในช่วง $(-6, -5) \cup (3, 5)$

7. กำหนดให้ $\cos^{-1} \left(\sin \left(\frac{23\pi}{3} \right) \right) = \frac{a\pi}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

- 1) 4 2) 5 3) 7 4) 11

8. ให้ a, b, c, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $1 < a < b < c$ ถ้า $n > 1$ และเป็นจำนวนเต็มแล้วข้อใดถูกต้อง

- 1) $\log_a n, \log_b n, \log_c n$ เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต
- 2) $\log_a n, \log_b n, \log_c n$ เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต
- 3) $\frac{1}{\log_a n}, \frac{1}{\log_b n}, \frac{1}{\log_c n}$ เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต
- 4) $\frac{1}{\log_a n}, \frac{1}{\log_b n}, \frac{1}{\log_c n}$ เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต

เฉลย

1. เฉลย 3) 60

เปลี่ยนรูปลอการิทึมเป็นเลขยกกำลัง จะได้
 $x^{24} = w, y^{40} = w, (xyz)^{12} = w$
 ดังนั้น $z^{12} = \frac{w}{x^{12}y^{12}} = \frac{w}{w^{1/2}w^{3/10}} = w^{1/5}$
 จะได้ $w = (z^{12})^5 = z^{60}$
 และ $\log_z w = 60$

2. เฉลย 1) $x^2 = 8(y - 1)$

ให้ (x, y) เป็นพิกัดของจุด Q เราต้องหาสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้

ให้ $P(2a, \frac{a^2}{3})$ เป็นจุดใดๆ บนพาราโบลา $x^2 = 12y$

จุดโฟกัสของพาราโบลา $x^2 = 12y = 4 \times 3 \times y$ คือ $F(0, 3)$

จุด $Q(x, y)$ แบ่งส่วนของเส้นตรง FP เป็น 2 ส่วนในอัตราส่วน

$FQ : QP = 2 : 1$

ดังนั้น $x = \frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(2a) = \frac{4a}{3}$... (1)

$y = \frac{1}{3}(3) + \frac{2}{3}(\frac{a^2}{3}) = 1 + \frac{2a^2}{9}$... (2)

แทนค่า $a = \frac{3}{4}x$ จาก (1) ใน (2) จะได้

$y = 1 + \frac{2}{9}(\frac{3x}{4})^2 = 1 + \frac{1}{8}x^2$

หรือ $x^2 = 8(y - 1)$

3. เฉลย 1) 0

$a_1 = 2a_0 + 3b_0 = 2(1) + 3(2) = 8$ และ $b_1 = a_0 - 2b_0 = 1 - 2(2) = -3$
 $a_2 = 2a_1 + 3b_1 = 2(8) + 3(-3) = 7$ และ $b_2 = a_1 - 2b_1 = 8 - 2(-3) = 14$
 $a_3 = 2a_2 + 3b_2 = 2(7) + 3(14) = 4(14) = 56$
 จะเห็นได้ว่า 4 หาร a_3 ลงตัว ดังนั้นเศษเหลือคือ 0

4. เฉลย 4) $\frac{3}{32}$

ฟังก์ชัน $f : A \rightarrow A$ มีทั้งหมด $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ ฟังก์ชัน
 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง A มีทั้งหมด $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ฟังก์ชัน
 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง A
 เท่ากับ $\frac{24}{256} = \frac{3}{32}$

5. เฉลย 1) 24

จาก $f(x + y) = f(x) + f(y) - 2xy$
 จะได้ $f(2) = f(1 + 1) = f(1) + f(1) - 2(1)(1) = 4 + 4 - 2 = 6$
 $f(4) = f(2) + f(2) - 2(2)(2) = 6 + 6 - 8 = 4$
 $f(8) = f(4) + f(4) - 2(4)(4) = 4 + 4 - 32 = -24$
 ดังนั้น $|f(8)| = 24$

6. เฉลย 2) จุดเดียว และพิกัด x อยู่ในช่วง $(3, 5)$

จุดตัดแกน x หาได้จากการแก้สมการ $f(x) = 0$
 $\log \sqrt{5x + 5} + \frac{1}{2} \log (2x + 1) - \log 15 = 0$... (1)
 สังเกตว่า $\log \sqrt{5x + 5}$ หาค่าได้เมื่อ $5x + 5 > 0$ หรือ $x > -1$
 ดังนั้น ในการแก้สมการ (1) คำตอบต้องอยู่ในช่วง $x > -1$
 $\frac{1}{2} \log (5x + 5) + \frac{1}{2} \log (2x + 1) = \log 15$

$\log ((5x + 5)(2x + 1)) = 2 \log 15$

$\log (10x^2 + 15x + 5) = \log (15^2)$

$10x^2 + 15x + 5 = 225$

$2x^2 + 3x - 44 = 0$

$(2x + 11)(x - 4) = 0$

$x = \frac{-11}{2}, 4$

แต่ $x > -1$ ดังนั้น $x = 4$ นั่นคือ กราฟของ f ตัดแกน x เพียงจุดเดียวซึ่งมีพิกัด x เท่ากับ 4

7. เฉลย 4) 11

เนื่องจาก $\sin \left(\frac{23\pi}{3} \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{3} + 8\pi \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

และ $\cos^{-1} \left(\sin \left(\frac{23\pi}{3} \right) \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{5\pi}{6} = \frac{a\pi}{b}$

ดังนั้น $a + b = 5 + 6 = 11$

8. เฉลย 3) $\frac{1}{\log_a n}, \frac{1}{\log_b n}, \frac{1}{\log_c n}$ เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต

ให้ r แทนอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต a, b, c, \dots จะได้

$b = ar$; และ $\log_n b = \log_n a + \log_n r$

$c = ar^2$; และ $\log_n c = \log_n a + 2\log_n r$

จะเห็นได้ว่า $\log_n a, \log_n b, \log_n c$ เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต โดยมี $\log_n r$ เป็นผลต่างร่วม

จากเอกลักษณ์ $\log_u v = \frac{1}{\log_v u}$ จะได้ว่า $\frac{1}{\log_a n}, \frac{1}{\log_b n}, \frac{1}{\log_c n}$

เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnae.com