

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 14 (ตอนที่ 3/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 30 ต.ค. 61-1 มี.ค. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. เส้นสัมผัสกราฟของ $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5$ ที่ $x = 1$ มีระยะตัดแกน x เท่ากับเท่าใด
- 1) $-\frac{9}{11}$
 - 2) $\frac{1}{11}$
 - 3) $-\frac{1}{10}$
 - 4) $\frac{9}{10}$

2. เครื่องจักรที่ผลิตมาจากโรงงาน A มีอายุการใช้งานเฉลี่ย 8000 ชั่วโมง โดยมีความแปรปรวนของอายุการใช้งานเป็น 250000 ชั่วโมง² ถ้าอายุการใช้งานมีการแจกแจงแบบปกติ แล้วเครื่องจักรที่มีอายุการใช้งานมากกว่า 7430 ชั่วโมง ตรงกับข้อใด

z	1.08	1.10	1.12	1.14
พื้นที่ใต้กราฟจาก 0 ถึง z	0.3599	0.3643	0.3686	0.3729

- 1) 85.99%
 - 2) 86.43%
 - 3) 86.86%
 - 4) 87.29%
3. กำหนดให้ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $a < b < c < d$ ถ้าผลคูณของสามจำนวนที่แตกต่างกัน ในเซต $\{a, b, c, d\}$ คือ 900, 1764, 4900 และ 11025 แล้วค่าของ $a + b + c + d$ มีค่าตรงกับข้อใด
- 1) 82
 - 2) 87
 - 3) 92
 - 4) 96
4. จำนวนเฉพาะที่มากที่สุดที่รู้จักกันในปัจจุบัน และเขียนในรูปแบบมาตรฐานอย่างแจ่มชัดแล้ว คือ $2^{6972593} - 1$ จำนวนเฉพาะจำนวนนี้ประกอบด้วยเลขโดดกี่ตัว (กำหนดให้ $\log_{10} 2 \approx 0.30103$)

- 1) 2098959
- 2) 2098960
- 3) 2098961
- 4) 2098962

5. ถ้า $(2 + 3x)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$ แล้ว a_{51} เท่ากับเท่าใด

- 1) $\left(\frac{3}{2}\right)^{50} \binom{100}{51}$
- 2) $3^{51} \binom{100}{51}$
- 3) $2^{51} \binom{100}{51}$
- 4) $2^{51} \cdot 3^{49} \binom{100}{51}$

6. ถ้าเซตคำตอบของสมการ $-1 \leq \frac{\sqrt{x+6}}{x} \leq 1$ อยู่ในรูปของ $[a, b] \cup [c, \infty)$ แล้วค่าของ abc ตรงกับข้อใด

- 1) -6
- 2) 12
- 3) 24
- 4) 36

7. กำหนด $f(x) = \sqrt{2x-3}$ และ $g(x) = \begin{cases} x^3 - 7 & ; x \geq 2 \\ x^2 + 7 & ; x < 2 \end{cases}$ เซตในข้อใดไม่เป็นสับเซตของ $D_{g \circ f}$

- 1) $\left\{2\pi, \frac{7}{2}\right\}$
- 2) $\left\{3\pi, \frac{11}{2}\right\}$
- 3) $\left\{\pi, \frac{9}{2}\right\}$
- 4) $\left\{\frac{13}{2}, 6\pi\right\}$

เฉลย

1. **เฉลย 2)** $\frac{1}{11}$
เมื่อ $x = 1, f(1) = 10$ เส้นสัมผัสกราฟของ $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5$ ที่ $x = 1$ มีความชัน $f'(1)$ และผ่านจุด $(1, 10)$

$$f'(x) = 3x^2 + 8x, f'(1) = 11$$

$$\text{สมการของเส้นสัมผัสคือ } y - 10 = 11(x - 1)$$

$$\text{แทน } y = 0 \text{ จะได้ } -10 = 11x - 11$$

$$\text{หรือ } x = \frac{1}{11}$$

ดังนั้น ระยะตัดแกน x เท่ากับ $\frac{1}{11}$

2. **เฉลย 4)** 87.29%
 $\therefore S.D.^2 = 250000 \therefore S.D. = 500$
จาก $z = \frac{x_i - \bar{x}}{S.D.} = \frac{7430 - 8000}{500}$

$\therefore z = -1.14$
 \therefore ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้เครื่องจักรที่มีอายุการใช้งานมากกว่า 7430 ชั่วโมง เท่ากับ $0.3729 + 0.5 = 0.8729$ หรือเครื่องจักร ที่มีอายุการใช้งานมากกว่า 7430 ชั่วโมง คิดเป็น 87.29%

3. **เฉลย 2)** 87
ผลคูณของสามจำนวนที่แตกต่างกัน ได้แก่ abc, abd, acd และ bcd เนื่องจาก $a < b < c < d$ จึงจะได้ว่า $abc < abd < acd < bcd$ ดังนั้น $abc = 900, abd = 1764, acd = 4900$ และ $bcd = 11025$
 $(abc)(abd)(acd)(bcd) = 900 \times 1764 \times 4900 \times 11025$
 $(abcd)^3 = (2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2)(2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2)(2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2)(3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2)$
 $(abcd)^3 = 2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^6 \cdot 7^6 = (2 \times 3 \times 5 \times 7)^6$
 $abcd = (2 \times 3 \times 5 \times 7)^2 = 44100$
จะได้ $a = \frac{abcd}{bcd} = \frac{44100}{11025} = 4, b = \frac{abcd}{acd} = \frac{44100}{4900} = 9$
 $c = \frac{abcd}{abd} = \frac{44100}{1764} = 25, d = \frac{abcd}{abc} = \frac{44100}{900} = 49$
 $\therefore a + b + c + d = 4 + 9 + 25 + 49 = 87$

4. **เฉลย 2)** 2098960
ให้ $N = 2^{6972593}$ สังเกตว่าหลักหน่วยของ N ไม่ใช่ 0 (เพราะ 5 ทหาร N ไม่ลงตัว) ดังนั้น $N - 1$ และ N ประกอบด้วยเลขโดดจำนวนเท่ากัน จำนวนเลขโดดของ N คือจำนวนเต็มที่มีน้อยที่สุดซึ่งมากกว่า $\log_{10} N$
 $\log_{10} N = 6972593 \times \log_{10} 2$
 $\approx 6972593 \times 0.30103$
 $= 2098959.671$

คำตอบคือ 2098960

5. **เฉลย 1)** $\left(\frac{3}{2}\right)^{50} \binom{100}{51}$
 $a_{51} = 2^{100-51} 3^{51} \binom{100}{51}$
 $= 2^{49} 3^{51} \binom{100}{51}$
 $= 2^{49} 3^{49} 3^2 \binom{100}{51}$
 $= \left(\frac{3}{2}\right)^{50} \binom{100}{51}$

6. **เฉลย 4)** 36
จากโจทย์จะได้ $x \geq -6$ และ $x \neq 0$
กรณี $x > 0$; $-x \leq \sqrt{x+6} \leq x$
เพราะ $-x \leq \sqrt{x+6}$ เป็นจริงเสมอ
พิจารณาเฉพาะ $\sqrt{x+6} \leq x$
 $x + 6 \leq x^2 \quad (\because \sqrt{x+6} \geq 0)$
 $0 \leq x^2 - x - 6$
 $0 \leq (x - 3)(x + 2) \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [3, \infty)$
จากเงื่อนไขจึงได้ $x \in [3, \infty)$

- กรณี $x < 0$;** $-x \geq \sqrt{x+6} \geq x$
เพราะ $\sqrt{x+6} \geq x$ เป็นจริงเสมอ
พิจารณาเฉพาะ $\sqrt{x+6} \leq -x$
 $x + 6 \leq x^2 \quad (\because \sqrt{x+6} \geq 0)$
 $0 \leq x^2 - x - 6$
 $0 \leq (x - 3)(x + 2) \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [3, \infty)$
จากเงื่อนไขจึงได้ $x \in [-6, -2]$
ทั้งสองกรณีจึงได้ $x \in [-6, -2] \cup [3, \infty)$
 $\therefore a = -6, b = -2$ และ $c = 3$
 $\therefore abc = (-6)(-2)(3) = 36$

7. **เฉลย 3)** $\left\{\pi, \frac{9}{2}\right\}$
เห็นได้ชัดว่า $D_f = \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$ และ $D_g = (-\infty, 0) \cup [2, \infty)$
จาก $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$
 $= \left\{x \in \left[\frac{3}{2}, \infty\right) \mid \sqrt{2x-3} \in (-\infty, 0) \cup [2, \infty)\right\}$
พิจารณา $\sqrt{2x-3} \in (-\infty, 0) \cup [2, \infty)$ แต่ $\sqrt{2x-3} \geq 0$ เสมอ
ดังนั้น $\sqrt{2x-3} \in [2, \infty)$
 $\therefore \sqrt{2x-3} \geq 2$
 $2x - 3 \geq 4$
 $x \geq \frac{7}{2}$
 $\therefore D_{g \circ f} = \left\{x \in \left[\frac{3}{2}, \infty\right) \mid x \in \left[\frac{7}{2}, \infty\right)\right\}$
 $= \left[\frac{7}{2}, \infty\right)$
ดังนั้น $\left\{\pi, \frac{9}{2}\right\} \not\subset \left[\frac{7}{2}, \infty\right)$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่ www.bunditnaenaw.com