

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 15 (ตอนที่ 4/4)



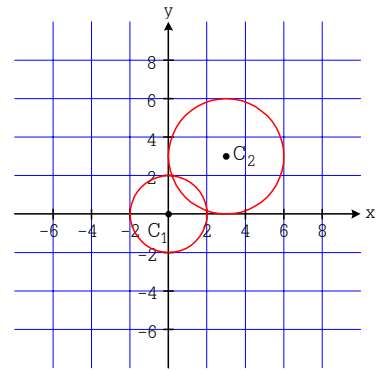
โดยช่วงตั้งแต่ 5 มี.ค.-28 มิ.ย. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ถ้า $\log_x 512 = \log_{512} x$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 512 หรือ $\frac{1}{512}$
 - 256 หรือ $\frac{1}{256}$
 - 1024 หรือ $\frac{1}{1024}$
 - 128 หรือ $\frac{1}{128}$
- วงกลมที่เล็กที่สุดที่บรรจุวงกลม $x^2 + y^2 = 4$ และ $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ ทั้งสองรูปมีรัศมีเท่ากับกี่หน่วย
 - $\frac{3\sqrt{3}+5}{2}$
 - $\frac{3\sqrt{3}+7}{2}$
 - $\frac{3\sqrt{2}+5}{2}$
 - $\frac{3\sqrt{2}+7}{2}$
- กำหนด \bar{u} และ \bar{v} เป็นเวกเตอร์ที่ห้ามุมกัน 60 องศา ถ้า $|\bar{u} + \bar{v}| = 5$ และ $|\bar{u} - \bar{v}| = 3$ แล้ว $|\bar{u} \times \bar{v}|$ ตรงกับข้อใด
 - $\frac{4}{\sqrt{3}}$
 - 4
 - $4\sqrt{3}$
 - 12
- กำหนด $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ เป็นการเขียนจำนวนนับในระบบตัวเลขฐานสิบ จะเรียกจำนวนนับ $N = a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ เป็นจำนวนพหุคูณโดด เมื่อ $a_1 a_2 a_3 \dots a_n = a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1$ จำนวนของจำนวนพหุคูณโดดที่มีค่าระหว่าง 10^6 กับ 10^8 ตรงกับข้อใดต่อไปนี้
 - 9000
 - 10000
 - 18000
 - 20000
- กำหนดข้อมูล 23 ตัว คือ a_1, a_2, \dots, a_{23} มีการเรียงเป็นลำดับเลขคณิต โดยที่ $d < 0$ แล้วผลต่างระหว่าง ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ และค่ามัธยฐานตรงกับข้อใด
 - $-a_{23}$
 - $-a_{18}$
 - $-a_6$
 - a_6
- กำหนด f เป็นฟังก์ชันบนจำนวนเต็ม ซึ่ง $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ ถ้า $f(0) = f(1) = 1$ แล้ว $f(5) + f(-4)$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
 - 5
 - 7
 - 10
 - 12

เฉลย

- เฉลย 1) 512 หรือ $\frac{1}{512}$
 $\log_x 512 = \log_{512} x$
 $\frac{\log 512}{\log x} = \frac{\log x}{\log 512}$
 $(\log x)^2 = (\log 512)^2$
 $\log x = \pm \log 512$
 $x = 512$ หรือ $\frac{1}{512}$

- เฉลย 3) $\frac{3\sqrt{2}+5}{2}$
 ให้ C_1 และ C_2 คือจุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2 + y^2 = 4$ และ $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ ตามลำดับ



วงกลมที่เล็กที่สุดที่บรรจุวงกลมทั้งสองรูปที่กำหนดให้ ต้องมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเท่ากับรัศมีของ วงกลมรูปที่ 1 + รัศมีของวงกลมรูปที่ 2 + ระยะห่างระหว่าง C_1 และ C_2

วงกลม $x^2 + y^2 = 4$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $C_1(0, 0)$ และรัศมี 2 หน่วย
 วงกลม $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $C_2(3, 3)$ และรัศมี 3 หน่วย
 ระยะห่างระหว่าง C_1 และ C_2 เท่ากับ $\sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 ดังนั้น วงกลมที่เล็กที่สุดที่ต้องการหา มีรัศมี $\frac{2+3+3\sqrt{2}}{2} = \frac{5+3\sqrt{2}}{2}$

- เฉลย 3) $4\sqrt{3}$
 จาก $|\bar{u} + \bar{v}| = 5$
 $|\bar{u} + \bar{v}|^2 = 5^2$
 $|\bar{u}|^2 + 2\bar{u} \cdot \bar{v} + |\bar{v}|^2 = 25$... (1)
 จาก $|\bar{u} - \bar{v}| = 3$
 $|\bar{u} - \bar{v}|^2 = 3^2$
 $|\bar{u}|^2 - 2\bar{u} \cdot \bar{v} + |\bar{v}|^2 = 9$... (2)
 (1) - (2); $4\bar{u} \cdot \bar{v} = 16$
 $\bar{u} \cdot \bar{v} = 4$
 $|\bar{u}| |\bar{v}| \cos \theta = 4$
 $|\bar{u}| |\bar{v}| \cos 60^\circ = 4$
 $|\bar{u}| |\bar{v}| = \frac{4}{\cos 60^\circ}$
 $|\bar{u}| |\bar{v}| \sin 60^\circ = \frac{4 \sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}$
 $|\bar{u} \times \bar{v}| = 4 \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}$

- เฉลย 3) 18000
 จำนวนพหุคูณโดดที่ต้องการมีค่าระหว่าง $10^6 = 1000000$ และ $10^8 = 100000000$ จึงแบ่งพิจารณาเป็น 2 กรณี ดังนี้
 กรณีที่ 1 N เป็นจำนวน 7 หลัก



\therefore จำนวนพหุคูณโดดที่ต้องการมีทั้งหมด $9000 + 9000 = 18000$ จำนวน

- เฉลย 2) $-a_{18}$
 เนื่องจาก $d < 0$ ดังนั้น $a_n > a_{n+1}$ สำหรับ $n \in \mathbf{N}$
 \therefore ข้อมูลที่เรียงจากค่าน้อยไปมาก คือ $a_{23}, a_{22}, a_{21}, \dots, a_2, a_1$
 ตำแหน่ง $Q_1 = \frac{1}{4}(23+1) = 6 \therefore Q_1 = a_{18}$
 ตำแหน่ง $Med = \frac{1}{2}(23+1) = 12 \therefore Med = a_{12}$
 ตำแหน่ง $Q_3 = \frac{3}{4}(23+1) = 18 \therefore Q_3 = a_6$
 ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ - ค่ามัธยฐาน = $\frac{Q_3 - Q_1}{2} - Med$
 $= \frac{a_6 - a_{18}}{2} - a_{12}$
 $= \frac{a_1 + 5d - a_1 - 17d}{2} - a_1 - 11d$
 $= -6d - a_1 - 11d$
 $= -a_1 - 17d$
 $= -(a_1 + 17d)$
 $= -a_{18}$

- เฉลย 3) 10
 $\therefore f(2) = f(1) + f(0) = 1 + 1 = 2$
 $f(3) = f(2) + f(1) = 2 + 1 = 3$
 $f(4) = f(3) + f(2) = 3 + 2 = 5$
 $f(5) = f(4) + f(3) = 5 + 3 = 8$
 $\therefore f(1) = f(0) + f(-1)$
 $1 = 1 + f(-1)$
 $\therefore f(-1) = 0$
 $\therefore f(0) = f(-1) + f(-2)$
 $1 = 0 + f(-2)$
 $\therefore f(-2) = 1$
 $\therefore f(-1) = f(-2) + f(-3)$
 $0 = 1 + f(-3)$
 $\therefore f(-3) = -1$
 $\therefore f(-2) = f(-3) + f(-4)$
 $1 = -1 + f(-4)$
 $\therefore f(-4) = 2$
 ดังนั้น $f(5) + f(-4) = 8 + 2 = 10$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่ www.bunditnaenaew.com