

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 15 (ตอนที่ 1/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 5 มี.ค.-28 มี.ย. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง โดยที่ $f(x) = \sqrt{x-1}$ และ $g(x) = \sqrt{x+2}$ ให้ D และ R แทนโดเมนและเรนจ์ของ fg แล้ว $D \cap R$ เท่ากับเซตในข้อใดต่อไปนี้

- 1) $[-1, \infty)$ 2) $[0, \infty)$ 3) $[1, \infty)$ 4) $[2, \infty)$

2. กำหนด $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n}$ เป็นข้อมูลที่มีการเรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต แล้วผลบวกของค่าเฉลี่ยเลขคณิตกับมัธยฐานตรงกับข้อใด

- 1) $a_n + a_{n-1}$ 2) $a_{n-4} + a_{n+2}$
3) $a_{n-3} + a_{n+4}$ 4) $a_n + a_{n+2}$

3. กำหนดให้ข้อมูล x และ y สัมพันธ์กัน ดังตารางต่อไปนี้

x	1	2	3	3
y	1	3	4	6

ถ้า x และ y มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น แล้วเมื่อ $y = 10$ ค่าของ x จะเท่ากับข้อใด

- 1) 6.5 2) 6
3) 5.5 4) 5

4. กำหนด A เป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน ซึ่ง $A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$ ถ้า $B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix}$

โดย $x \neq y$ และ $B^{-1}A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -11 & 8 \end{bmatrix}$ แล้ว $x + y$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

5. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 3 ซึ่ง $P(1) = P(-3) = P(4) = 2$ ถ้า $P(x)$ มีสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่มีดีกรีสูงสุดเป็น 2 แล้วเศษเหลือจากการหาร $P(x)$ ด้วย $x + 2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 38 2) -38 3) 18 4) -18

6. กำหนด $f = \{(x, y) | y^2 - 2 = 2^{-\sqrt{x+3}}\}$

$g = \{(x, y) | y + 2 = \log_2 \log_2(x)\}$

ข้อใดเป็นสมาชิกของ $R_f \cap D_g$

- 1) $\sqrt{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 4) $\frac{-\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

เฉลย

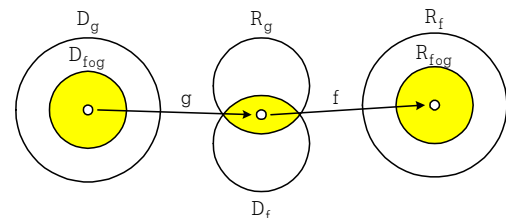
1. เฉลย 2) $[0, \infty)$

โดเมนและเรนจ์ของ f คือ $[1, \infty)$ และ $[0, \infty)$

โดเมนและเรนจ์ของ g คือ $[-2, \infty)$ และ $[0, \infty)$

และ $(fg)(x) = f(g(x))$

$= \sqrt{g(x)-1} = \sqrt{\sqrt{x+2}-1}$



เนื่องจากโดเมนของ fg คือ $D = D_{fg} = \{x | x \in D_g \text{ และ } g(x) \in D_f\}$

เรามี $x \in D_g$ เมื่อ $x \geq -2$ และ $g(x) \in D_f$ เมื่อ $\sqrt{x+2} \geq 1$ หรือเมื่อ $x \geq -1$ ดังนั้น $D = [-2, \infty) \cap [-1, \infty) = [-1, \infty)$

เนื่องจากเรนจ์ของ fg คือ $R = R_{fg} = \{y | y = f(g(x)), x \in D_{fg}\}$

สำหรับ $x \in D_{fg}$ หรือ $x \geq -1$ จะได้ $y = f(g(x)) = \sqrt{\sqrt{x+2}-1} \geq 0$

ดังนั้น $R = [0, \infty)$
จะได้ $D \cap R = [0, \infty)$

2. เฉลย 3) $a_{n-3} + a_{n+4}$

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}}{2n}$$

$$= \frac{\frac{2n}{2}(a_1 + a_{2n})}{2n} = \frac{(a_1 + a_{2n})}{2}$$

$$= \frac{(2a_1 + (2n-1)d)}{2}$$

ข้อมูลมีทั้งหมด $2n$ จำนวน ดังนั้น

$$\text{Med} = \frac{a_n + a_{n+1}}{2}$$

$$= \frac{(a_1 + (n-1)d) + (a_1 + nd)}{2} = \frac{2a_1 + (2n-1)d}{2}$$

ดังนั้น $\bar{x} + \text{Med} = 2a_1 + (2n-1)d$
 $= (a_1 + (n-4)d) + (a_1 + (n+3)d) = a_{n-3} + a_{n+4}$

3. เฉลย 4) 5

โจทย์ข้อนี้ กำหนดค่า y แล้วให้หาค่าประมาณของ x แสดงว่าให้ y เป็นตัวแปรต้น และ x เป็นตัวแปรตาม รูปทั่วไป คือ $x = my + c$

$$\sum_{i=1}^4 x_i = m \sum_{i=1}^4 y_i + nc \Rightarrow 9 = m(14) + 4c \quad \dots(1)$$

$$\sum_{i=1}^4 x_i y_i = m \sum_{i=1}^4 y_i^2 + c \sum_{i=1}^4 y_i \Rightarrow 37 = m(62) + 14c \quad \dots(2)$$

$$(1) \times 7; \quad 63 = 98m + 28c \quad \dots(3)$$

$$(2) \times 2; \quad 74 = 124m + 28c \quad \dots(4)$$

$$(4) - (3); \quad 11 = 26m$$

$$m = \frac{11}{26}$$

แทนใน (1); $9 = \frac{11}{26}(14) + 4c \Rightarrow c = \frac{10}{13}$

สมการเชิงเส้น คือ $x = \frac{11}{26}y + \frac{10}{13}$

\therefore เมื่อ $y = 10$ จะได้ $x = \frac{11}{26}(10) + \frac{10}{13} = \frac{55}{13} + \frac{10}{13} = 5$

4. เฉลย 2) 3

จาก $A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

จะได้ $A = \frac{1}{-15+14} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$

จาก $B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix}$

จะได้ $B^{-1} = \frac{1}{x-y} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -y & x \end{bmatrix}$

$\therefore B^{-1}A = \frac{1}{x-y} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -y & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{x-y} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3y-7x & 5x-2y \end{bmatrix}$

จากโจทย์ $B^{-1}A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -11 & 8 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $\frac{4}{x-y} = 4 \quad \dots(1)$ $\frac{3y-7x}{x-y} = -11 \quad \dots(3)$

$\frac{-3}{x-y} = -3 \quad \dots(2)$ $\frac{5x-2y}{x-y} = 8 \quad \dots(4)$

จาก (1), (2) จะได้ $x - y = 1$ แทนค่าใน (3), (4)

$3y - 7x = -11 \quad \dots(5)$

$5x - 2y = 8 \quad \dots(6)$

แก้ระบบสมการ (5), (6) จะได้ $x = 2, y = 1$

$\therefore x + y = 3$

5. เฉลย 1) 38

จาก $P(1) = P(-3) = P(4) = 2$ จะได้ว่า $P(1) - 2 = P(-3) - 2 = P(4) - 2 = 0$ ดังนั้น 1, -3, 4 เป็นรากของ $P(x) - 2$

$\therefore P(x) - 2 = A(x-1)(x+3)(x-4)$

$P(x) = A(x-1)(x+3)(x-4) + 2$

เนื่องจาก $P(x)$ มีสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่มีดีกรีสูงสุดเป็น 2 $\therefore A = 2$ จะได้

$P(x) = 2(x-1)(x+3)(x-4) + 2$

\therefore เศษเหลือจากการหาร $P(x)$ ด้วย $x + 2$ คือ $P(-2)$

จะได้ $P(-2) = 2(-2-1)(-2+3)(-2-4) + 2 = 38$

\therefore เศษเหลือ คือ 38

6. เฉลย 2) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

พิจารณา R_f จาก $y^2 - 2 = 2^{-\sqrt{x+3}}$

$\therefore 0 \leq \sqrt{x+3} \Rightarrow 1 \leq 2^{-\sqrt{x+3}} \Rightarrow 0 < 2^{-\sqrt{x+3}} \leq 1 \Rightarrow$

$2 < 2^{-\sqrt{x+3}} + 2 \leq 3 \Rightarrow 2 < y^2 \leq 3$

ดังนั้น $y^2 \in (2, 3]$ นั่นคือ $y \in [-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup (\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

$\therefore R_f = [-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup (\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

พิจารณา D_g จาก $\log_2 \log_2 x$ จะได้ว่า $0 < \log_2 x$ นั่นคือ $1 < x$

ดังนั้น $D_g = (1, \infty)$

$\therefore R_f \cap D_g = (\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

จะได้ว่า $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \in R_f \cap D_g$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่ www.bunditnaenaew.com