

**ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย**

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 14 (ตอนที่ 4/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 30 ต.ค. 61-1 มี.ค. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. สามเหลี่ยม ABC ที่มีความยาวด้านตามทีระบุในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

- 1)  $AB = \sqrt{3}, BC = \sqrt{5}, CA = \sqrt{7}$
- 2)  $AB = \sqrt{5}, BC = \sqrt{7}, CA = \sqrt{13}$
- 3)  $AB = \sqrt{6}, BC = \sqrt{3}, CA = \sqrt{8}$
- 4)  $AB = \sqrt{7}, BC = \sqrt{10}, CA = \sqrt{17}$

2. ให้  $A = \begin{bmatrix} 2 & -7 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, B^t = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -9 & 4 & 0 \\ -1 & 9 & 5 & 2 \end{bmatrix}$  และ  $C^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ถ้า  $\det C < 0$  แล้ว  $\det(3A^{-1}BC^{-1})$  มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) -54
- 2) -36
- 3) 36
- 4) 54

3. ค่าของ  $\sec(\arctan 3x)$  เท่ากับเท่าใด

- 1)  $\sqrt{9+x^2}$
- 2)  $1+9x^2$
- 3)  $\sqrt{1+9x^2}$
- 4)  $9+x^2$

4. กำหนด  $z_k = \cos \frac{k\pi}{4} + i \sin \frac{k\pi}{4}$  แล้วค่าของ  $z_1(z_2)^2(z_3)^3 \dots (z_{100})^{100}$  ตรงกับข้อใด

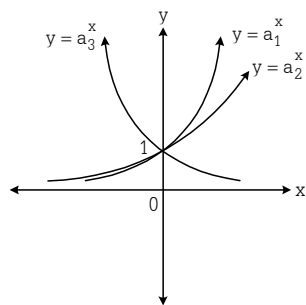
- 1)  $i$
- 2)  $i^2$
- 3)  $i^3$
- 4)  $i^4$

5. กำหนด  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1 & ; x \geq 4 \\ \frac{\sqrt{|x-3|}-1}{x-4} & ; x < 4 \end{cases}$

ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 4$  แล้ว  $f(32a)$  มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 3
- 2) 1
- 3) -1
- 4) -3

6. กำหนด รูปที่ 1 เป็นกราฟของ  $y = a_1^x, y = a_2^x, y = a_3^x$   
รูปที่ 2 เป็นกราฟของ  $y = \log_{b_1} x, y = \log_{b_2} x, y = \log_{b_3} x$



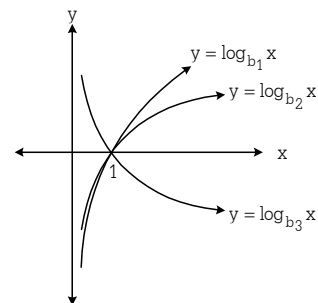
รูปที่ 1

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $\frac{a_1}{a_3} < \frac{a_3}{a_2}$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ก. ถูกเพียงข้อเดียว
- 3) ทั้ง ก. และ ข. ถูก



รูปที่ 2

ข.  $b_1 - b_2 > b_2 - b_3$

- 2) ข. ถูกเพียงข้อเดียว
- 4) ทั้ง ก. และ ข. ผิด

**เฉลย**

1. เฉลย 2)  $AB = \sqrt{5}, BC = \sqrt{7}, CA = \sqrt{13}$

จาก 'law of cosine'

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \hat{B}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB^2 + BC^2 - CA^2}{2AB \cdot BC}$$

$\Delta ABC$  จะเป็นสามเหลี่ยมมุมป้าน เมื่อ  $\hat{B} \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$  นั่นคือ  $\cos \hat{B} < 0$

เมื่อ  $\cos \hat{B} < 0$  จะได้  $AB^2 + BC^2 - CA^2 < 0$

- พิจารณา 1)  $AB^2 + BC^2 - CA^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2 = 1 > 0$   
 2)  $AB^2 + BC^2 - CA^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{13})^2 = -1 < 0$   
 3)  $AB^2 + BC^2 - CA^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{8})^2 = 1 > 0$   
 4)  $AB^2 + BC^2 - CA^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{17})^2 = 0 < 0$

2. เฉลย 1) -54

จะเห็นว่า  $A, B^t, C^2$  เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยม ซึ่งหา  $\det$  ได้โดยใช้ผลคูณของเส้นทแยงมุมหลัก

$\therefore \det(A) = 2 \cdot 1 \cdot (-3) \cdot 2 = -12$

$\det(B^t) = 6 \cdot (-1) \cdot 4 \cdot 2 = -48$

$\det(C^2) = 4 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 1 = 36$

$\therefore \det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{-12}$

$\det(B^t) = \det B = -48$

$\det(C^2) = (\det C)^2$

$36 = (\det C)^2$

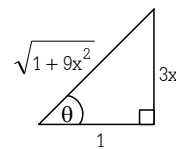
$\therefore \det C = \pm 6$

แต่  $\det C < 0 \therefore \det C = -6$

$\det(C^{-1}) = \det C^{-1} = \frac{1}{\det C} = \frac{1}{-6}$

$\det(3A^{-1}BC^{-1}) = 3^4 \left(\frac{1}{-12}\right) (-48) \left(\frac{1}{-6}\right) = -54$

3. เฉลย 3)  $\sqrt{1+9x^2}$



$\tan \theta = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } \theta} = 3x$

$\sec \theta = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } \theta}$

$\theta = \arctan 3x$

$\tan \theta = 3x$

$\sec(\arctan 3x) = \sec \theta = \sqrt{1+9x^2}$

4. เฉลย 3)  $i^3$

พิจารณา  $(z_k)^k = \left(\cos \frac{k\pi}{4} + i \sin \frac{k\pi}{4}\right)^k = \cos \frac{k^2\pi}{4} + i \sin \frac{k^2\pi}{4}$

จะได้  $z_1(z_2)^2(z_3)^3 \dots (z_{100})^{100}$

$= \left(\cos \frac{1^2\pi}{4} + i \sin \frac{1^2\pi}{4}\right) \left(\cos \frac{2^2\pi}{4} + i \sin \frac{2^2\pi}{4}\right)$

$\dots \left(\cos \frac{100^2\pi}{4} + i \sin \frac{100^2\pi}{4}\right)$

$= \cos \left[\frac{\pi}{4}(1^2 + 2^2 + \dots + 100^2)\right] + i \sin \left[\frac{\pi}{4}(1^2 + 2^2 + \dots + 100^2)\right]$

$= \cos \left[\frac{\pi}{4}\left(\frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6}\right)\right] + i \sin \left[\frac{\pi}{4}\left(\frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6}\right)\right]$

$= \cos \frac{338,350\pi}{4} + i \sin \frac{338,350\pi}{4}$

$= \cos \left[2(42,294)\pi - \frac{\pi}{2}\right] + i \sin \left[2(42,294)\pi - \frac{\pi}{2}\right]$

$= \cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2} = -i = i^3$

5. เฉลย 2) 1

$\therefore f$  ต่อเนื่องที่  $x = 4$

ดังนั้น  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{|x-3|}-1}{x-4} = a(4)^2 - 1$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(\sqrt{|x-3|}-1)(\sqrt{|x-3|}+1)}{(x-4)(\sqrt{|x-3|}+1)} = 16a - 1$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{|x-3|-1}{(x-4)(\sqrt{|x-3|}+1)} = 16a - 1$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-3-1}{(x-4)\sqrt{|x-3|}+1} = 16a - 1$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1}{\sqrt{|x-3|}+1} = 16a - 1$

$\frac{1}{\sqrt{|4-3|}+1} = 16a - 1$

$\frac{1}{2} = 16a - 1$

$a = \frac{3}{32}$

ดังนั้น  $f(32a) = f\left(32 \cdot \frac{3}{32}\right) = f(3)$

$= \frac{\sqrt{|3-3|}-1}{3-4} = \frac{-1}{-1} = 1$

6. เฉลย 4) ทั้ง ก. และ ข. ผิด

จากกราฟในรูปที่ 1 จะได้ว่า  $a_1 > a_2 > 1 > a_3 > 0$

ดังนั้น  $\frac{a_1}{a_3} > \frac{a_3}{a_2} \therefore$  ก. ผิด

จากกราฟในรูปที่ 2 จะได้ว่า  $b_2 > b_1 > 1 > b_3 > 0$

ดังนั้น  $b_1 - b_2 < b_2 - b_3 \therefore$  ข. ผิด

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่