

**ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย**

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

**ชุดที่ 14 (ตอนที่ 2/4)**



โดยช่วงตั้งแต่ 30 ต.ค. 61-1 มี.ค. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ผลบวกของอนุกรม  $2(2^2) + 3(2^3) + 4(2^4) + \dots$  เท่ากับเท่าใด

- 1) 92
- 2) 252
- 3) 596
- 4) ไม่มีผลบวก

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $(\tan x - \sin x)(\tan x + \sin x) = (\tan x \sin x)^2$

ข.  $\left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 = \sin x - 1$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

3. กำหนด  $\vec{A} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  และ  $\vec{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$  ถ้า  $\vec{C}$  เป็นเวกเตอร์ภาพฉายของ  $\vec{A}$

บน  $\vec{B}$  แล้ว  $|\vec{A} + \vec{B} + 9\vec{C}|$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1)  $\sqrt{93}$
- 2)  $\sqrt{95}$
- 3)  $\sqrt{97}$
- 4)  $\sqrt{99}$

4. กำหนด  $S_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \dots + \frac{2n-1}{2^n}$  สำหรับทุกจำนวนนับ n

ค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 1
- 2)  $\frac{3}{2}$
- 3) 3
- 4)  $\frac{5}{2}$

5. กำหนด  $\int (g \circ f)(x) dx = x^2 - 3x + c$  เมื่อ c เป็นค่าคงตัว และ  $f(x) = 4x + 5$

แล้วค่าของ  $\int_{-3}^2 4g(x) dx$  ตรงกับข้อใด

- 1) -115
- 2) -90
- 3) 90
- 4) 115

6. กำหนดให้  $x > 0$  ค่าต่ำสุดของ  $x^2 + 2x + \frac{24}{x}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 2
- 2) 10
- 3) 20
- 4) 40

**เฉลย**

1. เฉลย 4) ไม่มีผลบวก

ผลบวกย่อยที่ n คือ  $S_n = 2(2^2) + 3(2^3) + 4(2^4) + \dots + (n+1)(2^{n+1})$

ซึ่งมากกว่า  $2^{n+1}$

เนื่องจาก  $2^{n+1} \rightarrow \infty$  เมื่อ  $n \rightarrow \infty$  ดังนั้น  $S_n \rightarrow \infty$  นั่นคือ

อนุกรมที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่ออกและไม่มีผลบวก

2. เฉลย 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

ก.  $(\tan x - \sin x)(\tan x + \sin x) = \tan^2 x - \sin^2 x$

$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$

$= \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) \sin^2 x$

$= \left(\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}\right) \sin^2 x$

$= \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right) \sin^2 x$

$= \tan^2 x \sin^2 x$

$= (\tan x \sin x)^2$

∴ ก. ถูก

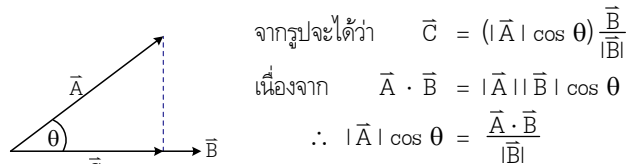
ข.  $\left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 = \cos^2 \frac{x}{2} - 2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}$

$= \left(\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}\right) - 2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}$

$= 1 - \sin x \neq \sin x - 1$

∴ ข. ผิด

3. เฉลย 4)  $\sqrt{99}$



จากรูปจะได้ว่า  $\vec{C} = (|\vec{A}| \cos \theta) \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$

เนื่องจาก  $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$

∴  $|\vec{A}| \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$

ดังนั้น  $\vec{C} = \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}\right) \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$

$= \frac{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2}} \frac{\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2}}$

$= \frac{2}{9} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

∴  $9\vec{C} = 2 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}$

จะได้ว่า  $|\vec{A} + \vec{B} + 9\vec{C}| = \left| \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix} \right|$

$= \sqrt{(-1)^2 + (7)^2 + (-7)^2} = \sqrt{99}$

4. เฉลย 3) 3

$S_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \dots(1)$

$\frac{1}{2} S_n = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \dots + \frac{2n-1}{2^{n+1}} \dots(2)$

(1) - (2);  $\frac{1}{2} S_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \dots + \frac{2}{2^n} - \frac{2n-1}{2^{n+1}}$

$= \frac{1}{2} + 2 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} \right) - \frac{2n-1}{2^{n+1}}$

$= \frac{1}{2} + 2 \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \frac{1}{2}} \right) - \frac{2n-1}{2^{n+1}}$

$= \frac{1}{2} + \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right) - \frac{2n-1}{2^{n+1}}$

$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{2n-1}{4(2^{n-1})} = \frac{3}{2} - \frac{4+2n-1}{4(2^{n-1})}$

$S_n = 3 - \frac{(3+2n)}{2^n}$

∴  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{(3+2n)}{2^n}\right) = 3 - 0 = 3$

5. เฉลย 1) -115

จาก  $\int (g \circ f)(x) dx = x^2 - 3x + c$

จะได้ว่า  $(g \circ f)(x) = 2x - 3$

$g(f(x)) = 2x - 3$

$g(4x + 5) = 2x - 3$

$g\left(4\left(\frac{x-5}{4}\right) + 5\right) = 2\left(\frac{x-5}{4}\right) - 3$

$g(x) = \frac{x-11}{2}$

∴  $\int_{-3}^2 4g(x) dx = \int_{-3}^2 4\left(\frac{x-11}{2}\right) dx$

$= \int_{-3}^2 (2x - 22) dx$

$= [x^2 - 22x]_{-3}^2$

$= [(2)^2 - 22(2)] - [(-3)^2 - 22(-3)]$

$= [4 - 44] - [9 + 66] = -40 - 75 = -115$

6. เฉลย 3) 20

วิธีที่ 1 เขียนฟังก์ชันที่กำหนดให้ในรูปผลบวกของจำนวน 5 จำนวน  $x^2 + 2x + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} + \frac{8}{x}$  ใช้สมการเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าเฉลี่ยเรขาคณิตซึ่งกล่าวว่า สำหรับเซตของจำนวนบวกใดๆ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มากกว่าหรือเท่ากับค่าเฉลี่ยเรขาคณิตเสมอ

ดังนั้น จะได้  $\frac{x^2 + 2x + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} + \frac{8}{x}}{5} \geq \left(x^2 \cdot 2x \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}\right)^{1/5}$

$x^2 + 2x + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \geq 5(2 \cdot 8^3)^{1/5}$   
 $= 5(2^{10})^{1/5} = 20$

วิธีที่ 2 ใช้  $\frac{d}{dy} \left(x^2 + 2x + \frac{24}{x}\right) = 2x + 2 - \frac{24}{x^2} = 0$

แก้สมการได้  $x = 2$  แทนค่า จะได้ค่าต่ำสุดของ  $f(x) = 20$

**นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่**  
[www.bunditnaenaw.com](http://www.bunditnaenaw.com)