ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 14 (ตอนที่ 1/4)

เดลินิวส์ ร่วมกับ นักเรียน โปรดทราบ

โดยช่วงตั้งแต่ 30 ต.ค. 61-1 มี.ค. 62 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 และ z เป็นดังนี้

z	1.25	1.5	2.0	2.5
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3944	0.4332	0.4772	0.4938

ถ้าคะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยวิชาความถนัดทางวิศวกรรมของนักเรียนจำนวน 10000 คน มีการแจกแจงแบบปกติและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 38 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 คะแนน แล้วนักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง 29–53 คะแนน มีจำนวนกี่คน

1) 4394 คน　　2) 5606 คน

3) 7300 คน　　4) 9270 คน

2. ข้อใดคือเศษที่เหลือจากการหาร 7^{50} ด้วย 50

1) 1　　2) 2

3) 48　　4) 49

3. นิยาม $f^{-n}(x)$ สำหรับ $n \in N$ และ f เป็นฟังก์ชัน 1 – 1 ดังนี้

$$f^{-n}(x) = \underbrace{(((f^{-1})^{-1})^{-1} \ldots)^{-1}}_{n \text{ ตัว}}(x)$$

ค่าของ $f^{-2018}(1) + f^{-2561}(1)$ เมื่อ $f(x) = \sqrt{3x+1}$ ตรงกับข้อใด

1) 0　　2) 1

3) 2　　4) 3

4. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\sim\exists x[P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x))]$ สมมูลกับ $\forall x[P(x) \wedge \sim Q(x) \wedge \sim R(x)]$

ข. ให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง ข้อความ $\forall x\exists y[x^2 + y^2 < 4]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก　　2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก　　4) ก. และ ข. ผิด

5. นิยาม กำหนด $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$ เมื่อ $a, b \in \mathbf{R}$ ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) * มีสมบัติสลับที่　　2) * มีสมบัติเปลี่ยนหมู่

3) * มีเอกลักษณ์ใน **R**　　4) * ไม่มีตัวผกผันใน **R**

6. กำหนด $f : \mathbf{R} - \{0, 1\} \rightarrow \mathbf{R}$ เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f(x) = \log_{x^2} a$ เมื่อ $a > 0$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. มีจำนวนจริง a ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $(1, \infty)$

ข. เมื่อ $a \neq 1$ แล้ว f จะเป็นฟังก์ชันทั่วถึง

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก　　2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก　　4) ก. และ ข. ผิด

เฉลย

1. เฉลย 4) 9270 คน

คะแนนอยู่ในช่วง $29 < x < 53$ มีค่ามาตรฐานอยู่ในช่วง $\frac{29-38}{6} < z < \frac{53-38}{6}$ หรือ $-1.5 < z < 2.5$

พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานบนช่วง $-1.5 < z < 2.5$ เท่ากับ $0.4332 + 0.4938 = 0.9270$

นักเรียนที่ได้คะแนนมาตรฐานในช่วง $-1.5 < z < 2.5$ มีประมาณ $0.9270 \times 10000 = 9270$ คน

ดังนั้น นักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 29 และ 53 คะแนนมีประมาณ 9270 คน

2. เฉลย 4) 49

จาก $7^{50} = (7^2)^{25} = 49^{25} = (50 - 1)^{25}$

โดยทฤษฎีบททวินาม $(50 - 1)^{25} = 50^{25} + \binom{25}{1}50^{24}(-1) + \ldots + \binom{25}{24}50^{(1)}(-1)^{24} + \binom{25}{25}50^{0}(-1)^{25}$

จะเห็นว่า 50 หาร 50^{25}, $\binom{25}{1}50^{24}(-1)$, ..., $\binom{25}{24}50^{1}(-1)^{24}$ ลงตัว

และพจน์สุดท้ายจากการกระจาย คือ $\binom{25}{25}50^{0}(-1)^{25}$ มีค่าเท่ากับ –1

$\therefore\ 7^{50} = 50n - 1$ บาง $n \in I$

$= 50(n - 1) + 49$

$\therefore$ เศษที่เหลือจากการหาร 7^{50} ด้วย 50 คือ 49

3. เฉลย 3) 2

จาก $f(x) = \sqrt{3x+1}$ เป็นฟังก์ชัน 1 – 1

พิจารณา $f^{-2}(x) = (f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$

$f^{-3}(x) = ((f^{-1})^{-1})^{-1}(x) = f^{-1}(x)$

ดังนั้น $f^{-2018}(x) + f^{-2561}(x) = f(x) + f^{-1}(x)$

$f^{-2018}(1) + f^{-2561}(1) = f(1) + f^{-1}(1)$

จาก $f(x) = \sqrt{3x+1}$ จะได้ $f(1) = \sqrt{3(1)+1} = 2$

และ $[f(x)]^2 = 3x + 1$

$$x = \frac{[f(x)]^2 - 1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 1}{3}$$

จะได้ $f^{-1}(1) = \frac{(1)^2 - 1}{3} = 0$

ดังนั้น $f^{-2018}(1) + f^{-2561}(1) = f(1) + f^{-1}(1)$

$= 2 + 0 = 2$

4. เฉลย 4) ก. และ ข. ผิด

ก. **ผิด**

$$\begin{aligned}\sim\exists x[P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x))] &\equiv \forall x[P(x) \wedge \sim(Q(x) \wedge R(x))] \\ &\equiv \forall x[P(x) \wedge (\sim Q(x) \vee \sim R(x))] \\ &\equiv \forall x[(P(x) \wedge \sim Q(x)) \vee (P(x) \wedge \sim R(x))]\end{aligned}$$

ข. **ผิด**

เซตคำตอบของอสมการ $x^2 + y^2 < 4$ คือเซตของ (x, y) ซึ่งอยู่ภายในวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและรัศมีเท่ากับ 2 เท่านั้น ดังนั้นสำหรับ $x \leq -2$ หรือ $x \geq 2$ จะไม่มี y ซึ่ง $x^2 + y^2 < 4$ ดังนั้น ข้อความ $\forall x\exists y[x^2 + y^2 < 4]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

5. เฉลย 3) * มีเอกลักษณ์ใน **R**

1) พิจารณา $a * b = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{b^2 + a^2} = b * a$

$\therefore$ * มีสมบัติสลับที่ **(ถูก)**

2) $(a * b) * c = (\sqrt{a^2 + b^2}) * c = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$a * (b * c) = a * (\sqrt{b^2 + c^2}) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

จะได้ $(a * b) * c = a * (b * c)$

$\therefore$ * มีสมบัติเปลี่ยนหมู่ **(ถูก)**

3) ไม่มีเอกลักษณ์ เพราะว่าเมื่อ $a < 0$ จะไม่มี c ซึ่ง $a * c = a$

($\because\ \sqrt{a^2 + c^2} \geq 0$ แต่ $a < 0$ **(ผิด)**

4) $\because$ * ไม่มีเอกลักษณ์ จึงไม่มีตัวผกผัน **(ถูก)**

6. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

ก. จาก $y = \log_{x^2} a$

จะได้ $y = \frac{\log a}{\log x^2}$

สมมติ $x_1, x_2 \in (1, \infty)$ และ $x_1 < x_2$

จะได้ $\log x_1^2 < \log x_2^2$

$$\frac{1}{\log x_1^2} > \frac{1}{\log x_2^2}$$

ดังนั้นควรเลือก $\log a < 0$

จะได้ $\frac{\log a}{\log x_1^2} < \frac{\log a}{\log x_2^2}$

$f(x_1) < f(x_2)$

$\therefore$ มี a ซึ่งทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $(1, \infty)$ ซึ่งก็คือ a ที่ $\log a < 0$ หรือ $a \in (0, 1)$ นั่นเอง

$\therefore$ ก. **ถูก**

ข. กรณี $y = 0$ เลือก $x = \sqrt{a}$ เนื่องจาก $a \neq 1\ \therefore\ x \in D_f$

กรณี $y \neq 0$ พิจารณา $y = \frac{\log a}{\log x^2}$ จะได้ $x^2 = (10^{\log a})^{1/y}$

$x^2 = a^{1/y}$

$\therefore\ x = a^{1/2y}, -a^{1/2y}$

สำหรับ $y \neq 0$ จะมี $x = a^{1/2y}$ ที่ $f(a^{1/2y}) = y$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันทั่วถึง

$\therefore$ ข. **ถูก**

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com