

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 13 (ตอนที่ 2/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 3 ก.ค.-26 ต.ค. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. กำหนด $r_1 = \{(x, y) \mid |x| - |y| = 2\}$ และ $r_2 = \{(x, y) \mid |x| + |y| = 2\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $D_{r_1} \cap R_{r_2} = \{-2, 2\}$

ข. $D_{r_2} \subset R_{r_1}$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

2. ค่าของ $2 \sin 2^\circ + 4 \sin 4^\circ + 6 \sin 6^\circ + \dots + 178 \sin 178^\circ$ ตรงกับข้อใด

- 1) $45 \cot 1^\circ$
- 2) $45 \cot 89^\circ$
- 3) $90 \cot 1^\circ$
- 4) $90 \cot 89^\circ$

3. เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความชัน เท่ากับ 24 สัมผัสเส้นโค้ง $y = 2x^3 + 9x^2 + 5$ ที่จุด P ในควอดรันต์ที่หนึ่ง ระยะทางระหว่างจุด P และจุดกำเนิดเท่ากับกี่หน่วย

- 1) $\sqrt{255}$
- 2) $\sqrt{256}$
- 3) $\sqrt{257}$
- 4) $\sqrt{258}$

4. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -3 & x & 1 \\ 0 & 2 & x \\ -x & -2 & 4 \end{bmatrix}$ ถ้า $C_{11}(A) + C_{32}(A) = 3$

แล้ว $\det(-A)$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 17
- 2) 19
- 3) 29
- 4) 37

5. ถุงใบหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 6 ลูก และสีน้ำเงิน 5 ลูก หยิบลูกแก้วโดยสุ่ม 4 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกแก้ว 2 ใน 4 ลูก เป็นลูกแก้วสีแดงเท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{\binom{6}{2}}{\binom{11}{4}}$
- 2) $1 - \frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{4}}$
- 3) $\frac{\binom{6}{2}\binom{5}{2}}{\binom{11}{4}}$
- 4) $\frac{\binom{6}{1}\binom{6}{1}\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{11}{4}}$

6. ในการจัดเด็กชาย 5 คน และเด็กหญิง 4 คน เข้าแถวสลับชายหญิง ความน่าจะเป็นที่เด็กชาย A จะไม่อยู่หัวแถวหรือท้ายแถวตรงกับข้อใด

- 1) 0.6
- 2) 0.4
- 3) 0.2
- 4) 0.1

เฉลย

1. **เฉลย 1)** ก. และ ข. ถูก
พิจารณา D_{r_1} ; $|x| = 2 + |y|$
 $\therefore |y| \geq 0 \therefore |x| \geq 2$
 $\therefore x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$
จะได้ $D_{r_1} = (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$
พิจารณา R_{r_1} ; $\therefore |x| \geq 2$
 $|x| - 2 \geq 0$
 $|y| \geq 0$
 $\therefore y \in (-\infty, \infty)$
จะได้ $R_{r_1} = (-\infty, \infty)$
พิจารณา D_{r_2} ; $|y| = 2 - |x|$
 $\therefore |y| \geq 0 \therefore 2 - |x| \geq 0$
 $2 \geq |x|$
 $\therefore x \in [-2, 2]$
จะได้ $D_{r_2} = [-2, 2]$
ในทำนองเดียวกัน $R_{r_2} = [-2, 2]$
จึงได้ $D_{r_1} \cap R_{r_2} = \{-2, 2\}$ \therefore ก. ถูก
และ $D_{r_2} \subset R_{r_1}$ \therefore ข. ถูก

2. **เฉลย 3)** $90 \cot 1^\circ$
ให้ $2 \sin 2^\circ + 4 \sin 4^\circ + \dots + 178 \sin 178^\circ = x$
 $2 \sin 2^\circ \sin 1^\circ + 4 \sin 4^\circ \sin 1^\circ + \dots + 178 \sin 178^\circ \sin 1^\circ = x \sin 1^\circ$
 $(\cos 1^\circ - \cos 3^\circ) + 2(\cos 3^\circ - \cos 5^\circ) + \dots + 89(\cos 177^\circ - \cos 179^\circ) = x \sin 1^\circ$
 $\cos 1^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 177^\circ - 89 \cos 179^\circ = x \sin 1^\circ$
 $\cos 1^\circ + (\cos 3^\circ + \cos 177^\circ) + (\cos 5^\circ + \cos 175^\circ) + \dots + (\cos 89^\circ + \cos 91^\circ) - 89 \cos 179^\circ = x \sin 1^\circ$
เนื่องจาก $\cos \theta + \cos(180^\circ - \theta) = 0$ เสมอ จะได้ว่า $\cos 1^\circ - 89 \cos 179^\circ = x \sin 1^\circ$
 $\cos 1^\circ + 89 \cos 1^\circ = x \sin 1^\circ$
 $90 \cos 1^\circ = x \sin 1^\circ$
 $x = 90 \cot 1^\circ$

3. **เฉลย 3)** $\sqrt{257}$
เส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = 2x^3 + 9x^2 + 5$ ที่จุด x ใดๆ มีความชันเท่ากับ $\frac{dy}{dx}$
 $\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 18x$
แก้สมการ $\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 18x = 24$
จะได้ $6x^2 + 18x - 24 = 0$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x + 4)(x - 1) = 0$
 $x = -4$ หรือ $x = 1$

เส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = 2x^3 + 9x^2 + 5$ ที่มีความชัน 24 สัมผัสเส้นโค้งที่จุด $(-4, 21)$ และ $(1, 16)$ สังเกตว่าจุดสัมผัส $(1, 16)$ อยู่ในควอดรันต์ที่หนึ่ง

ดังนั้น $P = (1, 16)$
จะได้ $OP = \sqrt{1^2 + 16^2} = \sqrt{257}$

4. **เฉลย 2)** 19

$$\begin{aligned} C_{11}(A) + C_{32}(A) &= 3 \\ (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & x \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 0 & x \end{vmatrix} &= 3 \\ (8 + 2x) - (-3x) &= 3 \\ 5x &= -5 \\ x &= -1 \\ \therefore A &= \begin{bmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \\ \det(-A) &= (-1)^3 \det A = -\det A \\ &= - \begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \\ &= - [(-24 + 1 + 0) - (2 - 6 + 0)] \\ &= 19 \end{aligned}$$

5. **เฉลย 3)**

$\frac{\binom{6}{2}\binom{5}{2}}{\binom{11}{4}}$
สุ่มหยิบ 4 ลูก จาก 11 ลูก แซมเปิลสเปซประกอบด้วยผลลัพธ์ $\binom{11}{4}$ ผลลัพธ์จำนวนวิธีเลือกลูกแก้วสีแดง 2 ลูก จาก 6 ลูก เท่ากับ $\binom{6}{2}$ วิธี
จำนวนวิธีเลือกลูกแก้วสีน้ำเงิน 2 ลูก จาก 5 ลูก เท่ากับ $\binom{5}{2}$ วิธี
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ ลูกแก้ว 2 ใน 4 ลูก เป็นลูกแก้วสีแดงเท่ากับ $\frac{\binom{6}{2}\binom{5}{2}}{\binom{11}{4}}$

6. **เฉลย 1)** 0.6

หาจำนวนวิธีการเข้าแถวแบบปกติได้ $5!4! = 120 \times 24$ วิธี
หากรณีที่เด็กชาย A อยู่หัวแถวได้ $1 \times 4!4! = 24 \times 24$ วิธี
หากรณีที่เด็กชาย A อยู่ท้ายแถว $4!4! \times 1 = 24 \times 24$ วิธี
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เด็กชาย A ไม่อยู่หัวแถวหรือท้ายแถวเท่ากับ
 $1 - \frac{(24 \times 24) + (24 \times 24)}{120 \times 24} = 1 - \frac{48}{120} = \frac{72}{120} = 0.6$