

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 12 (ตอนที่ 4/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 6 มี.ค.-29 มิ.ย. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ค่าของ $\sin^4 x$ เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{1}{8}(3 - 4 \cos 2x + \cos 4x)$ 2) $\frac{1}{8}(3 + 4 \cos 2x + \cos 4x)$

3) $\frac{1}{8}(3 + \cos 4x)$ 4) $\frac{1}{8}(1 - \cos 2x)$

2. ถ้า $\arcsin\left(\frac{4x}{\sqrt{1+16x^2}}\right) + \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}\right) + \arctan x = 0$ แล้วค่า

x ที่เป็นบวกมีค่าตรงกับข้อใด

1) $\frac{7}{8}$ 2) $\sqrt{\frac{7}{8}}$

3) $\frac{1}{14}$ 4) $\sqrt{\frac{1}{14}}$

3. กำหนดเวกเตอร์ทุกอันอยู่ในปริภูมิสามมิติ

$A = \{a | \vec{u} = 3a\vec{i} + 4a^2\vec{j}, \vec{v} = -2\vec{i} + \vec{j} \text{ และ } \vec{u} \perp \vec{v}\}$

$B = \{b | \vec{u} = 4b\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{v} = -8\vec{i} + 4\vec{j} \text{ และ } \vec{u} // \vec{v}\}$

ถ้า $a \neq 0$ แล้ว $4a\vec{j} \times b\vec{i}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $-6\vec{k}$ 2) $-3\vec{k}$

3) $3\vec{k}$ 4) $6\vec{k}$

4. พื้นที่ซึ่งปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x(x-1)^2$ และแกน x มีค่าเท่ากับกี่ตารางหน่วย

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{6}$

3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{12}$

5. กำหนดลำดับเลขคณิตชุดหนึ่ง มี $d > 3$ เป็นผลต่างร่วม ถ้า $a_3 + a_4 + a_5 = 51$

และ $a_1 a_2 = 88$ แล้ว a_{16} ของลำดับนี้มีค่าเท่ากับข้อใด

1) 45 2) 53

3) 151 4) 167.5

เฉลย

1. เฉลย 1) $\frac{1}{8}(3 - 4 \cos 2x + \cos 4x)$

จากเอกลักษณ์ $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$

จะได้ $\sin^4 x = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x\right)^2$
 $= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} (\cos 2x)^2$
 $= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4x\right)$
 $= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cos 4x$
 $= \frac{1}{8}(3 - 4 \cos 2x + \cos 4x)$

2. เฉลย 2) $\sqrt{\frac{7}{8}}$

ใช้ความสัมพันธ์ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า

$\arcsin\left(\frac{4x}{\sqrt{1+16x^2}}\right) = \arctan 4x$

$\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}\right) = \arctan 2x$

จากโจทย์จะได้ $\arctan 4x + \arctan 2x + \arctan x = 0$

จาก $\arctan A + \arctan B = \arctan\left(\frac{A+B}{1-AB}\right)$

ดังนั้น $(\arctan 4x + \arctan 2x) + \arctan x = 0$

$\arctan\left(\frac{6x}{1-8x^2}\right) + \arctan x = 0$

$\arctan\left(\frac{\frac{6x}{1-8x^2} + x}{1 - \frac{6x^2}{1-8x^2}}\right) = 0 \Rightarrow \arctan\left(\frac{7x-8x^3}{1-14x^2}\right) = 0$

$\therefore \frac{7x-8x^3}{1-14x^2} = 0 \Rightarrow 7x-8x^3 = 0 \Rightarrow x(7-8x^2) = 0$

ดังนั้น $x = 0, \pm\sqrt{\frac{7}{8}}$ และ x ที่เป็นบวก คือ $\sqrt{\frac{7}{8}}$

3. เฉลย 1) $-6\vec{k}$

พิจารณา A; $\therefore \vec{u} \perp \vec{v} \therefore \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$(3a\vec{i} + 4a^2\vec{j}) \cdot (-2\vec{i} + \vec{j}) = 0$

$-6a + 4a^2 = 0$

$-2a(3-2a) = 0$

$\therefore a = 0, \frac{3}{2}$

พิจารณา B; $\therefore \vec{u} // \vec{v} \therefore \vec{u} = k\vec{v}; k \in \mathbf{R}$

$4b\vec{i} - 2\vec{j} = k(-8\vec{i} + 4\vec{j})$

$4b = -8k$... (1)

และ $-2 = 4k$... (2)

จาก (2); $k = -\frac{1}{2}$ แทนใน (1) ได้ $4b = 4$

$\therefore b = 1$

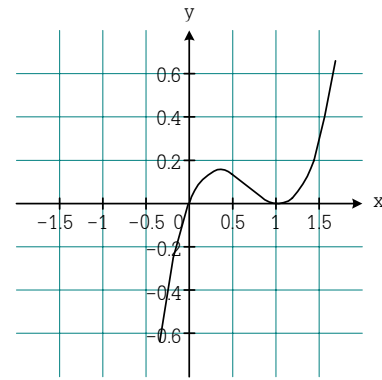
$\therefore a \neq 0 \therefore a = \frac{3}{2}, b = 1$

จะได้ $4a\vec{j} \times b\vec{i} = 4\left(\frac{3}{2}\right)\vec{j} \times 1 \cdot \vec{i}$

$= -6\vec{k}$

4. เฉลย 4) $\frac{1}{12}$

เส้นโค้ง $y = x(x-1)^2$ ตัดแกน x ที่จุด $x = 0$ และ $x = 1$



ให้พื้นที่ซึ่งปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = x(x-1)^2$ และแกน x เท่ากับ A

จะได้

$A = \int_0^1 x(x-1)^2 dx$
 $= \int_0^1 (x^3 - 2x^2 + x) dx$
 $= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)_0^1$
 $= \frac{1}{12}$ ตารางหน่วย

5. เฉลย 3) 151

ให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่ง $d > 3$

จาก $a_3 + a_4 + a_5 = 51$

$(a_4 - d) + a_4 + (a_4 + d) = 51$

$3a_4 = 51$

$a_4 = 17$

$a_1 + 3d = 17$

$\therefore a_1 = 17 - 3d$

จาก $a_1 a_2 = 88$ จะได้ $a_1(a_1 + d) = 88$

$(17 - 3d)(17 - 3d + d) = 88$

$(17 - 3d)(17 - 2d) = 88$

$289 - 85d + 6d^2 = 88 \Rightarrow 6d^2 - 85d + 201 = 0$

$(6d - 67)(d - 3) = 0 \Rightarrow d = \frac{67}{6}, 3$

จากโจทย์ $d > 3 \therefore d = \frac{67}{6}$

$\therefore a_1 = 17 - 3d = 17 - 3 \cdot \left(\frac{67}{6}\right)$

$= -\frac{33}{2}$

ดังนั้น $a_{16} = a_1 + 15d = -\frac{33}{2} + 15 \cdot \left(\frac{67}{6}\right)$

$= 151$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com