นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 18 พฤษภาคม 2561

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 12 (ตอนที่ 3/4)

โดยช่วงตั้งแต่ 6 มี.ค.-29 มิ.ย. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. จำนวนวิธีในการจัดคน 6 คน เข้านั่งในโต๊ะกลมที่เหมือนกัน 2 ตัว โดย**ไม่กำหนดเงื่อนไข**ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 868 วิธี
2) 434 วิธี
3) 394 วิธี
4) 308 วิธี

2. การแข่งขันบาสเกตบอลครั้งหนึ่งมีเพียงการทำคะแนนแบบ 2 คะแนนต่อ 1 ลูก และ 3 คะแนนต่อ 1 ลูกเท่านั้น เมื่อสอบถามข้อมูลจากผู้ชม 3 คน ได้ความดังนี้

นาย ก : ทีม A ทำคะแนนแบบ 2 แต้ม**มากกว่า** 5 ครั้ง หรือทำคะแนนแบบ 3 แต้ม**ไม่เกิน** 4 ครั้ง

นาย ข : ทีม A ทำคะแนนแบบ 3 แต้ม**มากกว่า** 4 ครั้ง

นาย ค : ทีม A ทำคะแนนแบบ 2 แต้ม**มากกว่า** 5 ครั้ง แล้วทีม A ทำคะแนนรวมได้ 27 คะแนน

ถ้าทั้ง 3 คนพูดความจริง อยากทราบว่าทีม A ทำคะแนนแบบ 2 คะแนนต่อ 1 ลูกกี่ครั้ง

1) 6
2) 7
3) 8
4) สรุปไม่ได้

3. ถ้า U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ ที่ทำให้ประพจน์ $\forall x \exists y[x \mid y]$ มีค่าความจริงเหมือนกับ $\sim\{[(p \to q) \wedge p] \to q\}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) U อาจเป็น {0, 1, 2, 3}
2) U อาจเป็น {1, 3, 5, 7}
3) U อาจเป็น {−2, −4, 6, 8}
4) U อาจเป็น {3, 6, −9, 12}

4. กำหนดข้อมูล $a_i = i^2 + 2i$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, \dots, 19$ แล้ว $\bar{x} + P_{80}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) 422
2) 372
3) 272
4) 150

5. ทอดลูกเต๋าเที่ยงตรงสี่ลูก 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลคูณเป็น 36 เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{1}{27}$
2) $\frac{1}{36}$
3) $\frac{1}{72}$
4) $\frac{1}{216}$

6. กำหนด $f : \mathbf{I} \times \mathbf{I} \to \mathbf{I}$ โดย $f(x, y) = 89x + 97y$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ข. f เป็นฟังก์ชันทั่วถึง

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก
2) ก. ถูก และ ข. ผิด
3) ก. ผิด และ ข. ถูก
4) ก. และ ข. ผิด

เฉลย

1. เฉลย 3) 394 วิธี

เนื่องจากโต๊ะกลมทั้ง 2 ตัวเหมือนกันจึงพิจารณาจัดคน 6 คนนั่งโต๊ะแต่ละตัวเป็นกรณีย่อยๆ ดังนี้

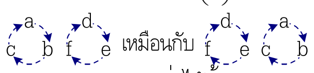
กรณีที่ 1 โต๊ะตัวหนึ่งมี 6 คน อีกตัวหนึ่งมี 0 คน นั่งได้ $\binom{6}{0}(6-1)! = 120$ วิธี

กรณีที่ 2 โต๊ะตัวหนึ่งมี 5 คนอีกตัวหนึ่งมี 1 คนนั่งได้ $\binom{6}{5}(5-1)!\binom{1}{1}(1-1)! = 144$ วิธี

กรณีที่ 3 โต๊ะตัวหนึ่งมี 4 คนอีกตัวหนึ่งมี 2 คนนั่งได้ $\binom{6}{4}(4-1)!\binom{2}{2}(2-1)! = 90$ วิธี

กรณีที่ 4 โต๊ะตัวหนึ่งมี 3 คนอีกตัวหนึ่งมี 3 คนนั่งได้ $\frac{1}{2}\binom{6}{3}(3-1)!\binom{3}{3}(3-1)! = 40$ วิธี

(ที่ต้องหารด้วย 2 เพื่อไม่ให้นับซ้ำ เพราะขณะที่ (a, b, c) ถูกเลือกตอนคำนวณ $\binom{6}{3}(3-1)!$ และ (d, e, f) ถูกเลือกตอนคำนวณ $\binom{3}{3}(3-1)!$ เป็นกรณีเดียวกัน เพราะโต๊ะเหมือนกัน

กล่าวคือ )

$\therefore$ จัดคน 6 คนนั่งได้ทั้งหมด 120 + 144 + 90 + 40 = 394 วิธี

2. เฉลย 1) 6

จากนาย ก และนาย ข สรุปได้ว่า "ทีม A ทำคะแนนแบบ 2 แต้ม**มากกว่า** 5 ครั้ง และทำคะแนนแบบ 3 แต้ม**มากกว่า** 4 ครั้ง" และจากข้อสรุปที่ได้จากนาย ค จึงได้ว่าทีม A ทำได้ 27 คะแนน

ให้ x เป็นจำนวนครั้งในการทำคะแนนแบบ 2 คะแนน

y เป็นจำนวนครั้งในการทำคะแนนแบบ 3 คะแนน

$\therefore\ 2x + 3y = 27$; $x > 5$ และ $y > 4$

จะเห็นว่า ถ้า y เป็นจำนวนคู่ จะหาค่า x **ไม่ได้**

$\therefore$ y อาจเป็น 5, 7, 9, ...

แต่เมื่อ y = 7, 9, ... จะได้ $x < 5$ ซึ่งขัดแย้งกับโจทย์

$\therefore\ y = 5$ จะได้ $2x + 3(5) = 27$

$x = 6$

3. เฉลย 1) U อาจเป็น {0, 1, 2, 3}

พิจารณาค่าความจริงของ $\sim\{[(p \to q) \wedge p] \to q\}$ โดยสร้างตาราง จะได้ดังนี้

p	q	$(p \to q)$	$(p \to q) \wedge p$	$[(p \to q) \wedge p] \to q$	$\sim\{[p \to q] \wedge p\} \to q$
T	T	T	T	T	F
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	F	T	F

$\therefore\ \sim\{[(p \to q) \wedge p] \to q\}$ เป็นเท็จเสมอ จึงต้องหา U ที่ทำให้ $\forall x \exists y[x \mid y]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ พบว่า U = {0, 1, 2, 3} เมื่อ x = 0 จะไม่มี y ตัวใดที่ $0 \mid y$ ดังนั้น U = {0, 1, 2, 3} ทำให้ $\forall x \exists y[x \mid y]$ เป็นเท็จ (สำหรับ U ในตัวเลือก 2), 3) และ 4) สามารถเลือก y ให้มีค่าเท่ากับ x ได้เสมอ)

4. เฉลย 1) 422

$$\because\quad \bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{19}}{19} = \frac{\sum_{i=1}^{19} a_i}{19}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{19}(i^2 + 2i)}{19}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{19} i^2 + 2\sum_{i=1}^{19} i}{19}$$

$$= \frac{\frac{19(20)(39)}{6} + \frac{2(19)(20)}{2}}{19}$$

$$= 150$$

ตำแหน่ง $P_{80} = \frac{80}{100}(19 + 1) = 16$

เนื่องจาก $a_1 < a_2 < \dots < a_{19}$ ดังนั้น $P_{80} = a_{16} = 16^2 + 16 = 272$

$\therefore\ \bar{x} + P_{80} = 150 + 272 = 422$

5. เฉลย 1) $\frac{1}{27}$

จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้เท่ากับ 6^4 หรือ 1296

ผลลัพธ์ซึ่งผลคูณเท่ากับ 36 เกิดขึ้นได้หลายวิธี

ผลลัพธ์	จำนวนวิธี
{3, 3, 2, 2}	$\frac{4!}{2!2!} = 6$
{6, 6, 1, 1}	$\frac{4!}{2!2!} = 6$
{3, 3, 4, 1}	$\frac{4!}{2!} = 12$
{1, 2, 3, 6}	$4! = 24$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลคูณเป็น 36 เท่ากับ $\frac{6 + 6 + 12 + 24}{1296} = \frac{48}{1296} = \frac{1}{27}$

6. เฉลย 3) ก. ผิด และ ข. ถูก

ก. **ผิด**

$\because\ f(0, 0) = 89(0) + 97(0) = 0$

และ $f(-97, 89) = 89(-97) + 97(89) = 0$

ซึ่ง $f(0, 0) = f(-97, 89)$ แต่ $(0, 0) \neq (-97, 89)$

$\therefore$ f จึง**ไม่เป็น**ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ข. **ถูก**

$\because$ ห.ร.ม. ของ 89 และ 97 คือ 1

ด้วยขั้นตอนวิธีการหา ห.ร.ม. ของยุคลิด เราจะมี $x_1, y_1 \in \mathbf{I}$ ซึ่ง

$$89x_1 + 97y_1 = 1$$

สำหรับ $a \in \mathbf{I}$ เราจะหา $(x, y) \in \mathbf{I} \times \mathbf{I}$ ซึ่งทำให้

$$89x + 97y = a$$

โดยเลือก $x = ax_1$ และ $y = ay_1$ ซึ่งจะได้

$$89(ax_1) + 97(ay_1) = a(89x_1 + 97y_1)$$

$$= a \cdot 1$$

$$= a$$

$\therefore$ f เป็นฟังก์ชันทั่วถึง

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com