

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 11 (ตอนที่ 4/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 31 ต.ค. 60-2 มี.ค. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. กำหนด $F(x) = x^2 + x$ เป็นฟังก์ชันของความถี่สะสมของข้อมูล x เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\frac{11}{3}$ 2) $\frac{10}{3}$ 3) $\frac{8}{3}$ 4) $\frac{7}{3}$

2. ค่าสูงสุดของ $3 \cos \theta - 2 \sin \theta$ เท่ากับเท่าใด

- 1) 4 2) 9 3) $\sqrt{5}$ 4) $\sqrt{13}$

3. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2 \sin x| + \tan x}{\sin x + 2 \tan x}$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 1 2) $\frac{1}{3}$ 3) $-\frac{1}{3}$ 4) -1

4. โยนเหรียญเที่ยงตรงอันหนึ่ง 10 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้หัว 3 ครั้ง เท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{15}{128}$ 2) $\frac{3}{10}$ 3) $\frac{21}{100}$ 4) $\frac{1}{8}$

5. ในการสอบครั้งหนึ่ง นาย ก. ได้คะแนน 70.56 คะแนน ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งนี้ คือ 61.60 คะแนน ถ้าการสอบครั้งนี้มีผู้ที่ได้คะแนนมากกว่านาย ก. อยู่ 13.14% และคะแนนสอบมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้ตรงกับข้อใด

z	1.00	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้งมาตรฐานจาก 0-z	0.3413	0.3686	0.3729	0.3770

- 1) 4 2) 7 3) 8 4) 9

6. ถ้า $\{z_1, z_2\} = \left\{ z \mid \text{Im}(z) \neq 0 \text{ และ } \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^3 = 27 \right\}$ แล้ว $z_1 z_2$ มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{5}{13}$ 2) $\frac{7}{13}$ 3) $\frac{9}{13}$ 4) $\frac{11}{13}$

เฉลย

1. เฉลย 1) $\frac{11}{3}$

ข้อมูล	ความถี่สะสม	ความถี่
1	$F(1) = 1^2 + 1 = 2$	2
2	$F(2) = 2^2 + 2 = 6$	$6 - 2 = 4$
3	$F(3) = 3^2 + 3 = 12$	$12 - 6 = 6$
4	$F(4) = 4^2 + 4 = 20$	$20 - 12 = 8$
5	$F(5) = 5^2 + 5 = 30$	$30 - 20 = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{x} &= \frac{(1)(2) + (2)(4) + (3)(6) + (4)(8) + (5)(10)}{30} \\ &= \frac{2 + 8 + 18 + 32 + 50}{30} \\ &= \frac{110}{30} \\ &= \frac{11}{3} \end{aligned}$$

2. เฉลย 4) $\sqrt{13}$

อาศัยทฤษฎีบทหนึ่งเกี่ยวกับผลบวกของไซน์และโคไซน์ ซึ่งมีสารดังนี้ ถ้า A และ B เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$A \sin \theta + B \cos \theta = k \sin(\theta + \phi)$$

เมื่อ $k = \sqrt{A^2 + B^2} =$ ค่าสูงสุดเสมอ

และ ϕ สอดคล้องกับระบบสมการ $\cos \phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

และ $\sin \phi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

สำหรับการเขียน $3 \cos \theta - 2 \sin \theta$ ในรูปของ $k \sin(\theta + \phi)$ เราใช้

$$k = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

และ ϕ ซึ่ง $\cos \phi = \frac{-2}{\sqrt{13}}$ และ $\sin \phi = \frac{3}{\sqrt{13}}$

จะได้ $3 \cos \theta - 2 \sin \theta = \sqrt{13} \cos(\theta + \phi)$

เนื่องจาก $-1 \leq \cos(\theta + \phi) \leq 1$

ดังนั้น $3 \cos \theta - 2 \sin \theta$ มีค่าสูงสุดเท่ากับ $\sqrt{13}$ เมื่อ $\theta = -\phi$

3. เฉลย 3) $-\frac{1}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2 \sin x| + \tan x}{\sin x + 2 \tan x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2 \sin x + \tan x}{\sin x + 2 \tan x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2 \sin x + \frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x + \frac{2 \sin x}{\cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sin x) \left(-2 + \frac{1}{\cos x}\right)}{(\sin x) \left(1 + \frac{2}{\cos x}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2 + \frac{1}{\cos x}}{1 + \frac{2}{\cos x}}$$

$$= \frac{-2 + \frac{1}{\cos 0}}{1 + \frac{2}{\cos 0}}$$

$$= \frac{-2 + \frac{1}{1}}{1 + \frac{2}{1}}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2 \sin x| + \tan x}{\sin x + 2 \tan x} = -\frac{1}{3}$$

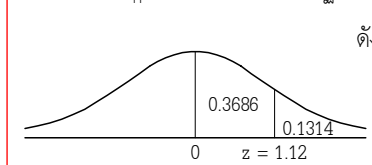
4. เฉลย 1) $\frac{15}{128}$

แซมเปิลสเปซประกอบด้วยผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน 2^{10} ผลลัพธ์จำนวนวิธีเกิดหัว 3 ครั้ง เท่ากับจำนวนวิธีเลือก 3 สิ่งจาก 10 สิ่ง (นั่นคือเลือกว่าใน 10 ครั้ง จะให้เป็นหัว 3 ครั้ง ไตบ้าง) ดังนั้นจำนวนวิธีที่จะเกิดหัว 3 ครั้งเท่ากับ $C_{10,3} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3} = 2^3 \times 15$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้หัว 3 ครั้ง เท่ากับ $\frac{2^3 \times 15}{2^{10}} = \frac{15}{2^7} = \frac{15}{128}$

5. เฉลย 3) 8

มีผู้ได้คะแนนสอบมากกว่านาย ก. อยู่ 13.14% แสดงว่า $P(\bar{x} < x < x_n) = 0.5 - 0.1314 = 0.3686$ จากตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งมาตรฐานจะได้ว่าคะแนนสอบของนาย ก. (x_n) ตรงกับคะแนนมาตรฐาน 1.12



ดังนั้น $z = \frac{x_n - \bar{x}}{S}$
 $1.12 = \frac{70.56 - 61.60}{S}$
 $\therefore S = 8$

6. เฉลย 2) $\frac{7}{13}$

พิจารณา $\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^3 = 27$

สมมติ $A = \left(\frac{z-1}{z+1}\right)$ จะได้ $A^3 = 27$

$$A^3 - 27 = 0$$

$$(A - 3)(A^2 + 3A + 9) = 0$$

$\therefore A = 3$ หรือ $A = \frac{-3 + 3\sqrt{3}i}{2}$ หรือ $A = \frac{-3 - 3\sqrt{3}i}{2}$

ถ้า $A = 3$; $\frac{z-1}{z+1} = 3 \rightarrow z = -2$ ซึ่ง $\text{Im}(z) = 0$

ถ้า $A = \frac{-3 + 3\sqrt{3}i}{2}$; $\frac{z-1}{z+1} = \frac{-3 + 3\sqrt{3}i}{2}$

$$2z - 2 = -3z + 3\sqrt{3}iz - 3 + 3\sqrt{3}i$$

$$(5 - 3\sqrt{3}i)z = -1 + 3\sqrt{3}i$$

$$\therefore z = \frac{-1 + 3\sqrt{3}i}{5 - 3\sqrt{3}i}$$

ถ้า $A = \frac{-3 - 3\sqrt{3}i}{2}$; $\frac{z-1}{z+1} = \frac{-3 - 3\sqrt{3}i}{2}$

$$2z - 2 = -3z - 3\sqrt{3}iz - 3 - 3\sqrt{3}i$$

$$(5 + 3\sqrt{3}i)z = -1 - 3\sqrt{3}i$$

$$\therefore z = \frac{-1 - 3\sqrt{3}i}{5 + 3\sqrt{3}i}$$

ให้ $z_1 = \frac{-1 + 3\sqrt{3}i}{5 - 3\sqrt{3}i}$; $z_2 = \frac{-1 - 3\sqrt{3}i}{5 + 3\sqrt{3}i}$

จะได้ $z_1 z_2 = \frac{-1 + 3\sqrt{3}i}{5 - 3\sqrt{3}i} \cdot \frac{-1 - 3\sqrt{3}i}{5 + 3\sqrt{3}i}$
 $= \frac{28}{52}$
 $= \frac{7}{13}$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่