

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 9 (ตอนที่ 4/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 7 มี.ค.-30 มิ.ย. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. เส้นตรง  $L_1$  และ  $L_2$  ตั้งฉากกันและมีสมการเป็น  $2y + x + 3 = 0$  และ  $3y + ax + 2 = 0$  ตามลำดับ ถ้า  $L_1$  และ  $L_2$  ตัดกันที่จุด C และวงกลม H มีจุด C เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมีเท่ากับ  $\frac{5}{3}$  แล้วผลบวกของระยะตัดแกน x ของวงกลม H เท่ากับเท่าใด

- 1)  $\frac{2}{3}$
- 2)  $-\frac{1}{3}$
- 3)  $-\frac{2}{3}$
- 4)  $-2$

2. จากการสำรวจคนจำนวน 100 คน พบว่า มีผู้เป็นมะเร็ง 62 คน ในบรรดาผู้เป็นมะเร็งเป็นคนสูบบุหรี่ 32 คน นอกจากนี้ พบว่ามีทั้งหมด 28 คนที่รับประทานของทอดแต่ไม่เป็นมะเร็ง ผลต่างของจำนวนผู้เป็นมะเร็งที่ไม่สูบบุหรี่ กับผู้เป็นมะเร็งที่ไม่รับประทานของทอด มีค่าตรงกับข้อใด

- 1) 5 คน
- 2) 10 คน
- 3) 20 คน
- 4) 30 คน

3. ให้ P แทนจุด (4, 2) และพิจารณาวงกลม  $x^2 + y^2 = 2$  มีเส้นสัมผัสวงกลมสองเส้นที่ผ่านจุด P ให้  $(x_1, y_1)$  และ  $(x_2, y_2)$  คือจุดสัมผัสของเส้นสัมผัสวงกลมสองเส้นดังกล่าว  $|x_1 + x_2|$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1)  $\frac{1}{5}$
- 2)  $\frac{3}{5}$
- 3)  $\frac{4}{5}$
- 4)  $\frac{6}{5}$

4. กำหนดไฮเพอร์โบลา  $x^2 - 4y^2 = 1$  ถ้า  $ax^2 + by^2 = c$  เมื่อ  $a, b, c > 0$  เป็นสมการวงรีที่มีแกนเอกขนานแกน X และ **ไม่สัมผัส** ไฮเพอร์โบลา ข้อใดถูกต้อง

- 1)  $a < b < c$
- 2)  $b < a < c$
- 3)  $c < b < a$
- 4)  $c < a < b$

**เฉลย**

1. เฉลย 3)  $-\frac{2}{3}$

ขั้นที่ 1 หาค่าของ a ในสมการของ  $L_2$   
ให้  $m_1$  และ  $m_2$  เป็นความชันของเส้นตรง  $L_1 : 2y + x + 3 = 0$

และ  $L_2 : 3y + ax + 2 = 0$  ตามลำดับ จะได้  $m_1 = -\frac{1}{2}$  และ  $m_2 = -\frac{a}{3}$   
เนื่องจาก  $L_1$  และ  $L_2$  ตั้งฉากกัน ดังนั้น

$$m_1 m_2 = -1$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{a}{3}\right) = -1$$

$$a = -6$$

$$\text{สมการของ } L_2 \text{ คือ } 3y - 6x + 2 = 0$$

ขั้นที่ 2 หาจุดตัดของ  $L_1$  และ  $L_2$

$$\begin{cases} 2y + x + 3 = 0 \\ 3y - 6x + 2 = 0 \end{cases}$$

ได้  $C = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right)$  เป็นจุดตัดของ  $L_1$  และ  $L_2$

ขั้นที่ 3 หาสมการของวงกลม H

$$\text{วงกลม H มีจุดศูนย์กลาง } C = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right) \text{ และรัศมี } r = \frac{5}{3}$$

$$\text{สมการของวงกลม H คือ } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

ขั้นที่ 4 หาผลบวกของระยะตัดแกน x ของวงกลม H  
ระยะตัดแกน x ของวงกลม H คือ ค่าของ x ที่ได้จากการแทน  $y = 0$  ในสมการของวงกลม

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

$$x + \frac{1}{3} = \pm 1$$

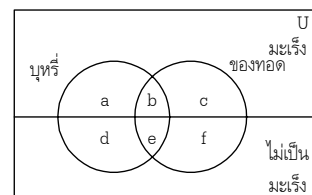
$$\text{ระยะตัดแกน x คือ } -\frac{1}{3} + 1 \text{ และ } -\frac{1}{3} - 1$$

ผลบวกของระยะตัดแกน x ของวงกลม H คือ

$$\left(-\frac{1}{3} + 1\right) + \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = -\frac{2}{3}$$

2. เฉลย 3) 20 คน

สร้างแผนภาพเวเน่-ออยเลอร์ ดังนี้



$$\text{สำรวจคน 100 คน ดังนั้น } a + b + c + d + e + f = 100 \quad \dots(1)$$

$$\text{ผู้เป็นมะเร็ง 62 คน จะได้ } a + b + c = 62 \quad \dots(2)$$

$$\therefore (1) - (2); \quad d + e + f = 38 \quad \dots(3)$$

$$\text{ในบรรดาผู้เป็นมะเร็งเป็นคนสูบบุหรี่ 32 คน นั่นคือ } a + b = 32 \quad \dots(4)$$

$$\therefore (2) - (4); \quad c = 30$$

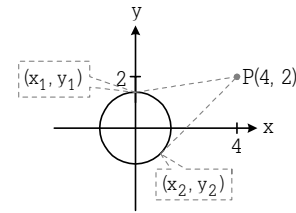
$$\text{มี 28 คน ที่รับประทานของทอดแต่ไม่เป็นมะเร็ง นั่นคือ } e + f = 28 \quad \dots(5)$$

$$\therefore (3) - (5); \quad d = 10$$

ผลต่างของจำนวนผู้เป็นมะเร็งที่ไม่สูบบุหรี่ กับผู้ไม่เป็นมะเร็งที่ไม่รับประทานของทอด จะได้  $c - d$

$$\therefore c - d = 30 - 10 = 20 \text{ คน}$$

3. เฉลย 3)  $\frac{4}{5}$



ถ้า  $(x, y)$  คือ จุดสัมผัสดังกล่าว จะได้  $x^2 + y^2 = 2$

เนื่องจากจุด  $(0, 0)$ ,  $(x, y)$  และ  $(4, 2)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{ดังนั้น } x^2 + y^2 + (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4^2 + 2^2$$

$$\text{สมการสุดท้ายสมมูลกับ } x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

$$\text{แทนค่า } x^2 + y^2 = 2 \text{ จะได้ } 4x + 2y = 2 \text{ หรือ } y = 1 - 2x$$

$$\text{แทนค่าใน } x^2 + y^2 = 2 \text{ อีกครั้ง จะได้ } x^2 + (1 - 2x)^2 = 2$$

$$5x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{5} \text{ หรือ } 1$$

$$\text{ให้ } x_1 = -\frac{1}{5} \text{ และ } x_2 = 1 \text{ จะได้ } |x_1 + x_2| = \frac{4}{5}$$

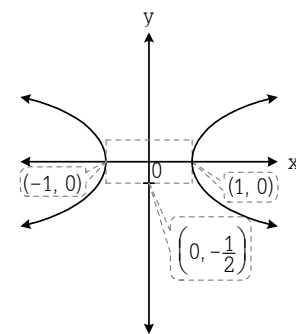
4. เฉลย 4)  $c < a < b$

$$\text{จาก } ax^2 + by^2 = c$$

$$\text{จะได้ } \frac{x^2}{\left(\sqrt{\frac{c}{a}}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{\frac{c}{b}}\right)^2} = 1$$

จึงเป็นวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด โดยแกนเอกยาว  $2\sqrt{\frac{c}{a}}$  และแกนโทยาว  $2\sqrt{\frac{c}{b}}$

$$\text{พิจารณาไฮเพอร์โบลา } x^2 - 4y^2 = 1 \rightarrow \frac{x^2}{(1)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$



จากรูป และเพราะว่าวงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิดและแกนเอกขนานแกน x

$$\therefore 0 < 2\sqrt{\frac{c}{a}} < 2 \text{ และ } 2\sqrt{\frac{c}{b}} < 2\sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$\sqrt{\frac{c}{a}} < 1 \text{ และ } \sqrt{\frac{c}{b}} < \sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$c < a \text{ และ } a < b$$

นั่นคือ  $c < a < b$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

[www.bunditnaenaw.com](http://www.bunditnaenaw.com)