

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 9 (ตอนที่ 3/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 7 มี.ค.-30 มิ.ย. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ถ้า $A = \begin{bmatrix} \log x & -2 \\ 1 & \log x^2 \end{bmatrix}$ เมื่อ $\log x > 0$ และ $\det(2A) = 16$ แล้ว $\log(10x)$

เท่ากับเท่าใด

- 1) 1 2) 2 3) 10 4) 11

2. ให้ f เป็นฟังก์ชันจาก $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ ไป $R =$ เซตของจำนวนจริง ซึ่งมีสมบัติต่อไปนี้

ก. สำหรับจำนวนเฉพาะ p แต่ละจำนวน และจำนวนเต็มบวก m แต่ละจำนวน $f(p^m) = m + 1$

ข. ถ้า j และ k เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์แล้ว $f(jk) = f(j)f(k)$

จำนวนใดต่อไปนี้คือค่าของ $f(6552)$

- 1) 36 2) 40 3) 48 4) 56

3. ค่าตอบของสมการ $(2 + \log_{10} x)^3 + (-1 + \log_{10} x)^3 = (1 + \log_{10} x^2)^3$ ที่น้อยกว่า 1 มีทั้งหมดกี่จำนวน

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

4. รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอด $P(1, -2, 3), Q(2, 4, 1)$ และ $R(2, 0, 1)$ มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย

- 1) $2\sqrt{5}$ 2) $3\sqrt{5}$ 3) $4\sqrt{5}$ 4) $5\sqrt{5}$

5. ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างจุดหนึ่งบนวงกลม $x^2 + y^2 - 16 = 0$ และจุดหนึ่งบนวงกลม $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 41 = 0$ เท่ากับกี่หน่วย

- 1) $3\sqrt{5} - 6$ 2) $3\sqrt{5}$ 3) $3\sqrt{5} - 1$ 4) 5

6. อนุพันธ์ตัวหนึ่งถูกโปรแกรมให้เคลื่อนที่ทีละก้าวจากจุด (x, y) ไปยังจุด $(x + 1, y)$ หรือจุด $(x, y + 1)$ เท่านั้น ถ้าเริ่มต้นจากจุด $(0, 0)$ จะมีเส้นทางการเคลื่อนที่ไปยังจุด $(3, 3)$ โดยไม่ผ่านจุด $(2, 1)$ กี่เส้นทาง

- 1) 10 2) 11 3) 12 4) 13

เฉลย

1. เฉลย 2) 2

จาก $A = \begin{bmatrix} \log x & -2 \\ 1 & \log x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \log x & -2 \\ 1 & 2\log x \end{bmatrix}$

จะได้ $\det(A) = 2(\log x)^2 + 2$

$\det(2A) = 2^2 \det(A) = 8(\log x)^2 + 8$

เนื่องจาก $\det(2A) = 16$

$8(\log x)^2 + 8 = 16$

$(\log x)^2 = 1$

$\log x = 1$ (กำหนดให้ $\log x > 0$)

ดังนั้น $\log(10x) = \log 10 + \log x = 1 + 1 = 2$

2. เฉลย 3) 48

$f(6552) = f(819 \times 8)$

$= f(819)f(8)$ [819 และ 8 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์]

$= f(91 \times 9)f(2^3)$

$= f(91)f(9)f(2^3)$ [91 และ 9 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์]

$= f(13 \times 7)f(3^2)f(2^3)$

$= f(13)f(7)f(3^2)f(2^3)$ [13 และ 7 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์]

$= f(13^1)f(7^1)f(3^2)f(2^3)$

$= (1 + 1)(1 + 1)(2 + 1)(3 + 1)$ [13, 7, 3, 2 เป็นจำนวนเฉพาะ]

$= 48$

3. เฉลย 3) 2

สังเกตว่า x ต้องเป็นจำนวนบวก

ให้ $a = 2 + \log x, b = -1 + \log x$ และ $c = 1 + \log x^2 = 1 + 2 \log x$

จะได้ว่า $a + b = c$

ดังนั้น สมการในโจทย์ข้อนี้สมมูลกับ $a^3 + b^3 = c^3 = (a + b)^3$ ซึ่งเป็นจริง

ก็ต่อเมื่อ $a = 0$ หรือ $b = 0$ หรือ $a + b = c = 0$

นั่นคือ $2 + \log x = 0$

หรือ $-1 + \log x = 0$

หรือ $1 + 2 \log x = 0$

ดังนั้น $\log x = -2, \log x = 1$ หรือ $\log x = -\frac{1}{2}$

และจะได้ $x = \frac{1}{100}, 10$ หรือ $\frac{1}{\sqrt{10}}$

สรุปได้ว่า ค่าตอบของสมการที่น้อยกว่า 1 มีทั้งหมด 2 จำนวนได้แก่

$\frac{1}{100}$ และ $\frac{1}{\sqrt{10}}$

4. เฉลย 1) $2\sqrt{5}$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับ

$A = \frac{1}{2} |\vec{PQ} \times \vec{PR}|$

ในที่นี้ $\vec{PQ} = (2 - 1)\vec{i} + (4 + 2)\vec{j} + (1 - 3)\vec{k} = \vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$

$\vec{PR} = (2 - 1)\vec{i} + (0 + 2)\vec{j} + (1 - 3)\vec{k} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

$\vec{PQ} \times \vec{PR} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 6 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \vec{k} = -8\vec{i} + 0\vec{j} - 4\vec{k}$

$|\vec{PQ} \times \vec{PR}| = |-8\vec{i} + 0\vec{j} - 4\vec{k}| = \sqrt{(-8)^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

ดังนั้น $A = \frac{1}{2} (4\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$

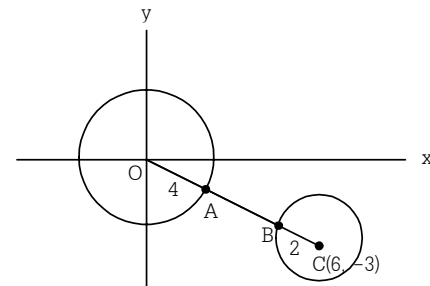
5. เฉลย 1) $3\sqrt{5} - 6$

วงกลม $x^2 + y^2 - 16 = 0$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$ และรัศมีเท่ากับ 4

วงกลม $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 41 = 0$ หรือ $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 4$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(6, -3)$ และรัศมีเท่ากับ 2

ระยะทาง AB บนส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดศูนย์กลางทั้งสองของวงกลม คือ ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างวงกลมทั้งสองนี้ (ดูรูป)



$AB = OC - OA - CB$

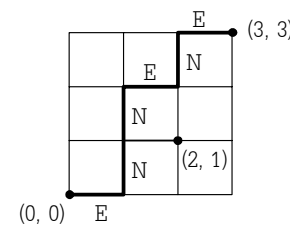
$= \sqrt{6^2 + (-3)^2} - 4 - 2$

$= \sqrt{45} - 6$

$= 3\sqrt{5} - 6$

ดังนั้น ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างวงกลมสองวงที่กำหนดให้คือ $3\sqrt{5} - 6$ หน่วย

6. เฉลย 2) 11



ให้ E แทนการเคลื่อนที่จากจุด (x, y) ไปยังจุด $(x + 1, y)$ (เคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออก 1 หน่วย) และ N แทนการเคลื่อนที่จากจุด (x, y) ไปยังจุด $(x, y + 1)$ (เคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือ 1 หน่วย) การเคลื่อนที่จากจุด $(0, 0)$ ไปยังจุด $(3, 3)$ แต่ละเส้นทางคือวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ E และ N อย่างละ 3 ตัว เช่น ENNENE เป็นเส้นทางหนึ่งที่แสดงบนแผนภาพข้างบน จำนวนเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากจุด $(0, 0)$ ถึงจุด $(3, 3)$ เท่ากับ $\frac{6!}{3!3!} = 20$ เส้นทาง

ในจำนวน 20 เส้นทางนี้ จำนวนเส้นทางที่ผ่านจุด $(2, 1)$ เท่ากับจำนวนเส้นทางจากจุด $(0, 0)$ ถึงจุด $(2, 1) \times$ จำนวนเส้นทางจากจุด $(2, 1)$ ถึงจุด $(3, 3)$

$=$ (จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ E, E, N) \times (จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ E, N, N)

$= \frac{3!}{2!1!} \times \frac{3!}{2!1!} = 3 \times 3 = 9$

ดังนั้น เส้นทางจากจุด $(0, 0)$ ไปยังจุด $(3, 3)$ โดยไม่ผ่านจุด $(2, 1)$ มีทั้งหมด $20 - 9 = 11$ เส้นทาง

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaw.com