

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 9 (ตอนที่ 2/4)



โดยช่วงตั้งแต่ 7 มี.ค.-30 มิ.ย. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ถ้า $4 \sin^2 x - 9 \sin x + 2 = 0$ แล้ว $\log_2(\sin x)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 1) -2 2) 0 3) 1 4) -2 หรือ 1

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้
 ก. $25^{1/2 - \log_5 \sqrt{2}}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{2}{5}$
 ข. คำตอบของสมการ $\sqrt{2^x} - \frac{12}{\sqrt{2^x}} = 1$ เป็นจำนวนลบ

ข้อใดต่อไปนี้ถูก
 1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

3. ให้ $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ เป็นจำนวนเต็มจำนวน จำนวนทั้งสี่นี้สามารถจับคู่กัน (ทีละ 2 จำนวน) ได้ 6 วิธี ที่แตกต่างกัน ถ้าค่าเฉลี่ยของแต่ละวิธีคือ 3, 4, 5, 7, 8 และ 9 ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ x_4 คือจำนวนใด
 1) 10 2) 12 3) 14 4) 16

4. ถ้า $f(x) = mx + b$ เมื่อ m และ b เป็นค่าคงตัว และ $f(f(f(x))) = 8x + 28$ แล้ว $f^{-1}(8)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 1) 1 2) 2 3) -1 4) -2

5. กำหนดให้ $\{x_i\}$ เป็นข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งประกอบด้วยค่าที่สังเกตได้ 6 ค่า ซึ่งเรียงลำดับ ดังนี้ 3, 5, 6, a, 11, 12 ถ้า $\sum_{i=1}^6 |x_i - M|$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $M = 8$ แล้ว $\sum_{i=1}^6 (3 + 2x_i)$ เท่ากับเท่าใด
 1) 100 2) 112 3) 120 4) 124

6. ถ้า $x \neq \frac{k\pi}{2}$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $\frac{\cot^2 x - \tan^2 x}{2 + \cot^2 x + \tan^2 x} + 2 \sin^2 x$ มีค่าต่ำสุดเท่ากับ m และ มีค่าสูงสุดเท่ากับ M แล้ว $m + M$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 1) 2 2) 4 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{4}$

เฉลย

1. เฉลย 1) -2
 จาก $4 \sin^2 x - 9 \sin x + 2 = 0$
 ให้ $y = \sin x$
 จะได้ $4y^2 - 9y + 2 = 0$
 $(y - 2)(4y - 1) = 0$
 $y = 2$ หรือ $y = \frac{1}{4}$
 แต่ $y = \sin x$ เท่ากับ 2 ไม่ได้ เพราะว่า $-1 \leq y = \sin x \leq 1$
 ดังนั้น $\log_2(\sin x) = \log_2 y = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$

2. เฉลย 4) ก. และ ข. ผิด
 พิจารณาข้อความ ก.
 เนื่องจาก $25^{1/2 - \log_5 \sqrt{2}} = \frac{25^{1/2}}{25^{\log_5 \sqrt{2}}} = \frac{5}{(5^2)^{1/2 \log_5 2}} = \frac{5}{5^{\log_5 2}}$
 $= \frac{5}{2}$

ดังนั้น ข้อความ ก. ผิด
 พิจารณาข้อความ ข.
 จาก $\sqrt{2^x} - \frac{12}{\sqrt{2^x}} = 1$ ให้ $y = \sqrt{2^x}$ สมการที่กำหนดให้กลายเป็น

$$y - \frac{12}{y} = 1$$

$$y^2 - y - 12 = 0$$

$$(y - 4)(y + 3) = 0$$

$y = 4$ หรือ -3
 แต่ $y = -3$ เป็นไปไม่ได้ เพราะ $y = \sqrt{2^x} > 0$
 ดังนั้น $y = \sqrt{2^x} = 4$
 $2^x = 16 = 2^4$
 นั่นคือ $x = 4$

ดังนั้น ข้อความ ข. ผิด

3. เฉลย 1) 10
 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 3, x_1 < 3 < x_2$ และ $x_1 + x_2 = 6$... (1)
 $\frac{x_1 + x_3}{2} = 4, x_1 < 4 < x_3$ และ $x_1 + x_3 = 8$... (2)
 $\frac{x_1 + x_4}{2} = 5, x_1 < 5 < x_4$ และ $x_1 + x_4 = 10$... (3)
 $\frac{x_2 + x_3}{2} = 7, x_2 < 7 < x_3$ และ $x_2 + x_3 = 14$... (4)
 $\frac{x_2 + x_4}{2} = 8, x_2 < 8 < x_4$ และ $x_2 + x_4 = 16$... (5)
 $\frac{x_3 + x_4}{2} = 9, x_3 < 9 < x_4$ และ $x_3 + x_4 = 18$... (6)

จาก (2) และ (4) จะได้ว่า $x_3 > 4$ และ $x_3 > 7$ นั่นคือ $x_3 > 7$
 จาก (3), (5) และ (6) จะได้ว่า $x_4 > 5, x_4 > 8$ และ $x_4 > 9$ นั่นคือ $x_4 > 9$
 เนื่องจาก $x_3 + x_4 = 18$ จาก (6) และค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ x_3 คือ 8
 ดังนั้น ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ x_4 คือ 10

4. เฉลย 2) 2
 ชั้นที่ 1 ทาค่าของ m และ b ใน $f(x) = mx + b$
 จาก $f(x) = mx + b$
 จะได้ $f(f(x)) = f(mx + b) = m(mx + b) + b = m^2x + mb + b$
 $f(f(f(x))) = f(m^2x + mb + b) = m(m^2x + mb + b) + b$
 $8x + 28 = m^3x + m^2b + mb + b$

เทียบสัมประสิทธิ์ของ x และพจน์ค่าคงตัว จะได้
 $m^3 = 8$ และ $m^2b + mb + b = (m^2 + m + 1)b = 28$
 $m = 2$ และ $(2^2 + 2 + 1)b = 28$
 $m = 2$ และ $b = 4$
 นั่นคือ $f(x) = 2x + 4$

ชั้นที่ 2 ทา $f^{-1}(8)$
 ให้ $a = f^{-1}(8)$
 จะได้ $f(a) = 8$
 $2a + 4 = 8$
 $a = 2$
 ดังนั้น $f^{-1}(8) = 2$

5. เฉลย 2) 112
 เนื่องจาก $\sum_{i=1}^6 |x_i - M|$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $M =$ มัธยฐาน $= 8$
 ถ้าข้อมูล 3, 5, 6, a, 11, 12 มีมัธยฐาน $= 8$
 แล้ว $8 = \frac{6+a}{2}$ จะได้ $a = 10$
 ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้คือ 3, 5, 6, 10, 11, 12
 และจะได้ $\sum_{i=1}^6 x_i = 3 + 5 + 6 + 10 + 11 + 12 = 47$
 ดังนั้น $\sum_{i=1}^6 (3 + 2x_i) = 3(6) + 2 \sum_{i=1}^6 x_i = 18 + 2(47) = 112$

6. เฉลย 1) 2
 $\frac{\cot^2 x - \tan^2 x}{2 + \cot^2 x + \tan^2 x} + 2 \sin^2 x = \frac{(\cot x - \tan x)(\cot x + \tan x)}{(\cot x + \tan x)^2} + 2 \sin^2 x$
 $= \frac{\cot x - \tan x}{\cot x + \tan x} + 2 \sin^2 x$
 $= \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} + 2 \sin^2 x$
 $= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} + 2 \sin^2 x$
 $= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$
 $= \cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin^2 x$
 $= \cos^2 x + \sin^2 x$
 $= 1$
 ดังนั้น $m = 1$ และ $M = 1$ นั่นคือ $m + M = 1 + 1 = 2$