ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 6 (ตอนที่ 1/3)

โดยช่วงตั้งแต่ 1 มี.ค.-20 พ.ค. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ถ้า $\log_2(\log_2(\log_2(x))) = 2$ แล้วเลขโดดของ x มีกี่ตัว เมื่อเขียน x ในระบบตัวเลขฐานสิบ

1) 5 2) 7
3) 9 4) 11

2. ถ้า f เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนเต็มไปสู่เซตของจำนวนเต็มซึ่งกำหนดโดย

$$f(n) = \begin{cases} n+3 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ \frac{n}{2} & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$$

สมมติ k เป็นจำนวนคี่และ $f(f(f(k))) = 27$ ผลบวกของเลขโดดของ k เท่ากับเท่าใด

1) 3 2) 6
3) 9 4) 12

3. รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอด P(1, −2, 3), Q(2, 4, 1) และ R(2, 0, 1) มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย

1) 2 2) $2\sqrt{5}$
3) 3 4) $4\sqrt{5}$

4. ในการจัดให้กรรมการสมาคมพิทักษ์เด็กและสตรีจำนวน 10 คน ซึ่งมี A, B และ C รวมอยู่ด้วย นั่งประชุมรอบโต๊ะกลม ความน่าจะเป็นที่ A นั่งติดกับ B หรือ C เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{4}{9}$ 2) $\frac{5}{12}$
3) $\frac{2}{9}$ 4) $\frac{7}{12}$

5. เลือกกรรมการจำนวน 5 คนจากชาย 6 คน และหญิง 8 คนโดยสุ่ม มีกี่คณะที่มีจำนวนกรรมการหญิง**มากกว่า**จำนวนกรรมการชาย

1) 182 คณะ 2) 840 คณะ
3) 1260 คณะ 4) 1316 คณะ

6. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกที่**น้อยที่สุด**ซึ่งเมื่อหารด้วย 3, 4, 5, 6 และ 7 แล้วมีเศษเหลือ 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ แล้ว n มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 416 2) 417
3) 418 4) 419

เฉลย

1. เฉลย 1) 5

$$\log_2(\log_2(\log_2(x))) = 2$$
$$\log_2(\log_2(x)) = 2^2 = 4$$
$$\log_2(x) = 2^4 = 16$$

$x = 2^{16} = (2^4)^4 = 16^4 = (1.6)^4 \times 10^4 = (2.56)^2 \times 10^4$

สังเกตว่า $6 < (2.56)^2 < 7$ ดังนั้น $6 \times 10^4 < x < 7 \times 10^4$

หรือ $60000 < x < 70000$ จะเห็นได้ว่าเลขโดดของ x มี 5 ตัว

2. เฉลย 2) 6

ให้ k เป็นจำนวนคี่ จะได้ $f(k) = k + 3$ เป็นจำนวนคู่ และ $f(f(k)) = \frac{k+3}{2}$

เวลานี้ยังไม่สามารถระบุได้ว่า $f(f(k))$ หรือ $\frac{k+3}{2}$ เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

สมมติว่า $\frac{k+3}{2}$ เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า

$$f(f(f(k))) = f\left(\frac{k+3}{2}\right) = \frac{k+3}{2} + 3$$

ถ้า $f(f(f(k))) = \frac{k+3}{2} + 3 = 27$

จะได้ $k = 45$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะว่า

$$f(f(f(45))) = f(f(48)) = f(24) = 12 \neq 27$$

ดังนั้น $\frac{k+3}{2}$ เป็นจำนวนคู่และจะได้ว่า

$$f(f(f(k))) = f\left(\frac{k+3}{2}\right) = \frac{k+3}{4} = 27$$
$$k = 105$$

ลองตรวจสอบคำตอบดู จะพบว่า

$$f(f(f(105))) = f(f(108)) = f(54) = 27$$

ดังนั้น ผลบวกของเลขโดดของ k เท่ากับ 1 + 0 + 5 = 6

3. เฉลย 2) $2\sqrt{5}$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับ

$$A = \frac{1}{2}|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}|$$

ในที่นี้ $\overrightarrow{PQ} = (2-1)\bar{i} + (4+2)\bar{j} + (1-3)\bar{k}$

$= \bar{i} + 6\bar{j} - 2\bar{k}$

$\overrightarrow{PR} = (2-1)\bar{i} + (0+2)\bar{j} + (1-3)\bar{k}$

$= \bar{i} + 2\bar{j} - 2\bar{k}$

$$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & 6 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}\bar{i} - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}\bar{j} + \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\bar{k}$$

$= -8\bar{i} + 0\bar{j} - 4\bar{k}$

$|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}| = |-8\bar{i} + 0\bar{j} - 4\bar{k}|$

$= \sqrt{(-8)^2 + 0^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{80}$

$= 4\sqrt{5}$

ดังนั้น $A = \frac{1}{2}(4\sqrt{5})$

$= 2\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

4. เฉลย 2) $\frac{5}{12}$

จำนวนวิธีจัดกรรมการ 10 คนนั่งรอบโต๊ะกลม เท่ากับ 9! วิธี

ในจำนวนวิธีทั้งหมดนี้

ให้ x = จำนวนวิธีที่ A นั่งติดกับ B = 2(8!)

y = จำนวนวิธีที่ A นั่งติดกับ C = 2(8!)

z = จำนวนวิธีที่ A นั่งติดกับ B และ C โดย A นั่งตรงกลาง (BAC หรือ CAB) = 2(7!)

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ A นั่งติดกับ B หรือ C เท่ากับ

$$x + y - z = 2(8!) + 2(8!) - 2(7!)$$
$$= 4(8!) - 2(7!)$$
$$= 2(7!)(16 - 1)$$
$$= 30(7!)$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ A นั่งติดกับ B หรือ C เท่ากับ $\frac{30(7!)}{9!} = \frac{30}{9 \times 8} = \frac{5}{12}$

5. เฉลย 4) 1316 คณะ

ในคณะกรรมการที่ประกอบด้วยกรรมการหญิง**มากกว่า**กรรมการชาย ต้องมีกรรมการหญิงอย่างน้อย 3 คน

คณะกรรมการที่มีกรรมการหญิง 3 คนและกรรมการชาย 2 คนมี $\binom{8}{3}\binom{6}{2} = 56 \times 15 = 840$ คณะที่แตกต่างกัน

คณะกรรมการที่มีกรรมการหญิง 4 คนและกรรมการชาย 1 คนมี $\binom{8}{4}\binom{6}{1} = 70 \times 6 = 420$ คณะที่แตกต่างกัน

คณะกรรมการที่มีกรรมการหญิง 5 คนและกรรมการชาย 0 คนมี $\binom{8}{5}\binom{6}{0} = 56 \times 1 = 56$ คณะที่แตกต่างกัน

ดังนั้น คณะกรรมการที่มีกรรมการหญิง**มากกว่า**กรรมการชายมีทั้งหมด 840 + 420 + 56 = 1316 คณะ

6. เฉลย 4) 419

เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวกที่**น้อยที่สุด**ซึ่งเมื่อหารด้วย 3, 4, 5, 6 และ 7 แล้วมีเศษเหลือ 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ ดังนั้น มีจำนวนเต็มบวก a, b, c, d และ e ซึ่งทำให้

$n = 3a + 2 = 4b + 3 = 5c + 4 = 6d + 5 = 7e + 6$ และจะได้ว่า n + 1 หารด้วย 3, 4, 5, 6, และ 7 ลงตัว (เช่น $n + 1 = 3a + 3 = 3(a + 1)$ แสดงว่า 3 หาร n + 1 ลงตัว) จำนวนเต็มบวก n + 1 ดังกล่าวที่น้อยที่สุด คือ ค.ร.น. ของ 3, 4, 5, 6, 7

$$[3, 4, 5, 6, 7] = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$
$$= 420$$

ดังนั้น จำนวนเต็มบวก n ที่**น้อยที่สุด**ที่ต้องการหาคือ 420 − 1 = 419

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com