นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 2 ตุลาคม 2558

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 4 (ตอนที่ 5/5)

เดลินิวส์ ร่วมกับ บัณฑิตแนะแนว นักเรียน โปรดทราบ

โดยช่วงตั้งแต่ 26 พ.ค.-9 ต.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^n$ เป็นอนุกรมลู่เข้า

ข. มีอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ และ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ซึ่งเป็นอนุกรมลู่ออก แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n + b_n$ เป็นอนุกรมลู่เข้า

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ถูกเฉพาะข้อ ก. 2) ถูกเฉพาะข้อ ข.
3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

2. กำหนดให้ a_n เป็นลำดับที่สอดคล้องกับ $a_{n+3} - a_n = 5$ สำหรับทุกจำนวนนับ n ถ้าผลบวก 3 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ 12 แล้ว $\sum_{n=1}^{30} a_n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 780 2) 795 3) 875 4) 945

3. ให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{j} - 2c\vec{k}$ และ $\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j} + c\vec{k}$ เป็นขอบประชิดของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีปริมาตร 36 ลูกบาศก์หน่วย ถ้า c เป็นค่าคงตัวที่**มากกว่า** 0 จงหาค่าของ c

1) 0.5 2) 1 3) 1.5 4) 2

4. ให้ (1, −2), (−3, 0), (1, 1) เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยม วงกลมที่ล้อมรอบสามเหลี่ยมตัดแกน y ที่จุดในข้อใดต่อไปนี้

1) $\left(0, -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}\right)$ 2) $\left(0, \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}\right)$

3) $\left(0, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}\right)$ 4) $\left(0, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}\right)$

5. กำหนดให้ $A = \{a \in R \mid y = x + a$ ตัดกับกราฟ $3x^2 + y^2 - 4x = 0\}$ และ $f : A \to R$ นิยามโดย $f(x) = x^2 + 1$ แล้ว R_f ตรงกับเซตในข้อใด

1) $\left(-4, \frac{4}{9}\right)$ 2) (0, 4) 3) (1, 5) 4) $\left(\frac{13}{9}, 5\right)$

6. ถ้า $0 < A < \frac{\pi}{2}$ และ $\sin A + 1 = 2\cos A$ จงหาค่าของ $\sin A$

1) −1 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{5}$ 4) $\frac{1}{3}$

เฉลย

1. เฉลย 3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

ก. $\because \left|\frac{e}{\pi}\right| < 1$

ดังนั้น $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right)^n$ เป็นอนุกรมลู่เข้า $\therefore$ ก. **ถูก**

ข. $\sum_{n=1}^{\infty} 1$, $\sum_{n=1}^{\infty} -1$ ต่างเป็นอนุกรมลู่ออก แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} 1 + (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} 0 = 0$ เป็นอนุกรมลู่เข้า $\therefore$ ข. **ถูก**

2. เฉลย 2) 795

เนื่องจาก a_n เป็นลำดับที่สอดคล้องกับ $a_{n+3} - a_n = 5$ สำหรับทุกจำนวนนับ n ดังนั้นลำดับดังกล่าว คือ $a_1, a_2, a_3, a_1 + 5, a_2 + 5, a_3 + 5, a_1 + 10, a_2 + 10, a_3 + 10, \ldots$

$$\therefore \sum_{n=1}^{30} a_n = [(a_1 + a_2 + a_3) + (a_1 + 5 + a_2 + 5 + a_3 + 5) + (a_1 + 5(2) + a_2 + 5(2) + a_3 + 5(2)) + \ldots + (a_1 + 5(9) + a_2 + 5(9) + a_3 + 5(9))]$$

$$= [(a_1 + a_2 + a_3) + (a_1 + a_2 + a_3 + 3(5)) + (a_1 + a_2 + a_3 + 6(5)) + \ldots + (a_1 + a_2 + a_3 + 27(5))]$$

$$= 10(a_1 + a_2 + a_3) + (3(5) + 6(5) + \ldots + 27(5))$$

$$= 10(12) + 15(1 + 2 + 3 + \ldots + 9) \quad (\because a_1 + a_2 + a_3 = 12)$$

$$= 10(12) + 15(45)$$

$$= 795$$

3. เฉลย 2) 1

ปริมาตร V ของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีเวกเตอร์ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นขอบประชิด

หาได้จากสูตร $V = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|$

$$36 = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & -2c \\ 3 & 1 & c \end{vmatrix}$$

$$36 = -0 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 1 & c \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & c \end{vmatrix} - (-2c) \cdot \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$36 = 2(3c - 3) + 2c(3 + 15)$$

$$c = 1$$

4. เฉลย 3) $\left(0, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}\right)$

สมมติวงกลมนี้มีรัศมี r และจุดศูนย์กลาง (h, k) จะมีสมการมาตรฐาน คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

วงกลมนี้ผ่านจุด (1, −2), (−3, 0), (1, 1) จะได้

$$(1 - h)^2 + (-2 - k)^2 = r^2 \quad \ldots(1)$$

$$(-3 - h)^2 + k^2 = r^2 \quad \ldots(2)$$

$$(1 - h)^2 + (1 - k)^2 = r^2 \quad \ldots(3)$$

(1) − (3) ; $(-2 - k)^2 - (1 - k)^2 = 0$

$(-2 - k + 1 - k)(-2 - k - 1 + k) = 0$

$(-2k - 1)(-3) = 0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$

(1) − (2) ; $(1 - h)^2 - (-3 - h)^2 + (-2 - k)^2 - k^2 = 0$

$k = -\frac{1}{2}$; $(1 - h + (-3 - h))(1 - h + 3 + h) + \left(-2 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 0$

$(-2h - 2)(4) + 2 = 0$

$\therefore h = -\frac{3}{4}$

แทนค่า h, k ใน (2) จะได้

$$\left(-3 - \left(-\frac{3}{4}\right)\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = r^2$$

$$\frac{85}{16} = r^2$$

$\therefore$ สมการวงกลม คือ $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{85}{16}$

ตัดแกน y $\therefore x = 0$; $\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{85}{16}$

$$\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{85 - 9}{16} = \frac{76}{16} = \frac{19}{4}$$

$y + \frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{19}}{2}$ จะได้ $y = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}$

ดังนั้น วงกลมที่ล้อมรอบสามเหลี่ยมตัดแกน y ที่จุด $\left(0, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{19}}{2}\right)$

5. เฉลย 3) (1, 5)

หา A นั่นคือ หา a ที่ทำให้ $y = x + a$ ตัดกับกราฟ $3x^2 + y^2 - 4x = 0$

ให้ $y = x + a \quad \ldots(1)$

$3x^2 + y^2 - 4x = 0 \quad \ldots(2)$

แทน $y = x + a$ ใน (2)

จะได้ $3x^2 + (x + a)^2 - 4x = 0$

$3x^2 + x^2 + 2ax + a^2 - 4x = 0$

$4x^2 + (2a - 4)x + a^2 = 0$

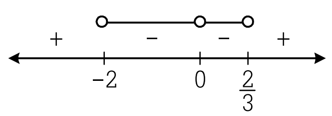
ดังนั้น $x = \frac{-(2a - 4) \pm \sqrt{(2a - 4)^2 - 4(4)a^2}}{2a}$, $a \neq 0$

กราฟจะตัดกันเมื่อ $(2a - 4)^2 - 4(4)a^2 > 0$

$[(2a - 4) - 4a][(2a - 4) + 4a] > 0$

$(-2a - 4)(6a - 4) > 0$

$(2a + 4)(6a - 4) < 0$, $a \neq 0$



$\therefore A = \left(-2, \frac{2}{3}\right) - \{0\}$

ดังนั้น ทุก $x \in A$, $0 < x^2 < 4$

$1 < x^2 + 1 < 5$

$1 < f(x) < 5$

$\therefore R_f = (1, 5)$

6. เฉลย 3) $\frac{3}{5}$

ให้ $x = \sin A$ จะได้ $x + 1 = 2\sqrt{1 - x^2}$

เนื่องจากทั้งสองข้างของสมการมากกว่า 0 สมการนี้สมมูลกับ

$x^2 + 2x + 1 = 4(1 - x^2)$

หรือ $5x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x + 1)(5x - 3) = 0$

ซึ่งมีราก 2 ค่า ได้แก่ $x = -1, \frac{3}{5}$ รากที่เป็นจำนวนบวกเท่านั้นที่ใช้ได้กับ sin ของมุมแหลม

ดังนั้น $\sin A = \frac{3}{5}$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com