

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 4 (ตอนที่ 3/5)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



# นักเรียน ไปรณกร

โดยช่วงตั้งแต่ 26 พ.ค.-9 ต.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- กำหนด  $f(x) = |x| + 1$  จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
  - $f$  มีความต่อเนื่องบน  $\mathbf{R}$
  - $f'$  มีความต่อเนื่องบน  $\mathbf{R}$
 ข้อใดถูกต้อง
  - ถูกเฉพาะข้อ ก.
  - ถูกเฉพาะข้อ ข.
  - ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.
  - ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.
- กำหนดให้  $f(x) = x - 2|x|$  และ  $(f+g)(x) = 4x - 3$  แล้วค่าของ  $f(g^{-1}(3) + f(-1))$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
  - $-\frac{1}{5}$
  - $-3$
  - $-5$
  - $-\frac{27}{5}$
- ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ปรากฏว่า ถ้าสอบได้ 85 คะแนน จะแปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เท่ากับ 2.5 แต่ถ้าสอบได้ 35 คะแนน จะแปลงเป็นค่ามาตรฐานได้เท่ากับ -2.5 จงหาสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของการสอบในครั้งนี้
  - $\frac{1}{5}$
  - $\frac{1}{6}$
  - $\frac{1}{7}$
  - $\frac{1}{8}$
- แมงมุมตัวหนึ่งใส่ถุงเท้าและรองเท้าที่ขาแต่ละข้างของมัน แมงมุมมีวิธีใส่ถุงเท้าและรองเท้าที่ขาแต่ละข้างของมันตามลำดับที่วิธี ถ้าที่ขาแต่ละข้างต้องใส่ถุงเท้าก่อนใส่รองเท้า
  - $8!$
  - $2^8 \cdot 8!$
  - $(8!)^2$
  - $\frac{16!}{2^8}$
- ค่าของ  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \dots$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้
  - $\frac{73}{180}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{25}{36}$
  - $\frac{11}{18}$
- กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $|z_1 + 9| = 3|z_1 + 1|$  และ  $|z_2| = 1$  ถ้า  $z_1 \bar{z}_2 + z_2 \bar{z}_1 = 0$  แล้วค่าของ  $|z_1 + z_2|^2$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
  - 4
  - 10
  - 11
  - 37
- ฟังก์ชัน  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$  มีค่าลดลงในช่วงใด
  - $(0, \infty)$
  - $(-2, 2)$
  - $(-\infty, 0)$
  - $(-\infty, \infty)$

**เฉลย**

- เฉลย 1) ถูกเฉพาะข้อ ก.
  - จะได้  $f(x) = \begin{cases} -x + 1; & x \leq 0 \\ x + 1; & x > 0 \end{cases}$ $f(x)$  มีความต่อเนื่องที่  $x = 0 \therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 1$   
 $\therefore f$  มีความต่อเนื่องบน  $\mathbf{R} \therefore$  ก. ถูก  
 ข. จะได้  $f'(x) = \begin{cases} -1; & x < 0 \\ 1; & x > 0 \end{cases}$   
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -1 \neq 1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$   
 $\therefore f'$  ไม่มีความต่อเนื่องบน  $\mathbf{R} \therefore$  ข. ผิด

- เฉลย 4)  $-\frac{27}{5}$   
 พิจารณา  $f(x) = x - 2|x|$   

$$= \begin{cases} x - 2x, & x \geq 0 \\ x + 2x, & x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -x, & x \geq 0 \\ 3x, & x < 0 \end{cases}$$
 จาก  $(f+g)(x) = 4x - 3$  จะได้ว่า  

$$g(x) = \begin{cases} (4x - 3) - (-x); & x \geq 0 \\ (4x - 3) - (3x); & x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 5x - 3, & x \geq 0 \\ x - 3, & x < 0 \end{cases}$$
 เนื่องจาก  $g\left(\frac{6}{5}\right) = 5\left(\frac{6}{5}\right) - 3 = 3$  และ  $g$  เป็นฟังก์ชัน 1-1  
 ดังนั้น  $g^{-1}(3) = \frac{6}{5}$   
 จาก  $g^{-1}(3) = \frac{6}{5}$  และ  $f(-1) = -3$   
 $\therefore f(g^{-1}(3) + f(-1)) = f\left(\frac{6}{5} - 3\right) = f\left(-\frac{9}{5}\right) = -\frac{27}{5} \left(\because -\frac{9}{5} < 0\right)$
- เฉลย 2)  $\frac{1}{6}$   
 จาก  $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$   
 จะได้  $2.5 = \frac{85 - \mu}{\sigma} \dots(1)$   
 และ  $-2.5 = \frac{35 - \mu}{\sigma} \dots(2)$   
 นำ (1) + (2);  $0 = \frac{120 - 2\mu}{\sigma}$   
 $\therefore \mu = 60$   
 แทน  $\mu = 60$  ใน (1) จะได้  $2.5 = \frac{85 - 60}{\sigma}$   
 $\therefore \sigma = 10$   
 $\therefore$  สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน  $= \frac{\sigma}{\mu} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$
- เฉลย 4)  $\frac{16!}{2^8}$   
 ให้หมายเลขขาแต่ละข้างของแมงมุมเป็น 1 ถึง 8 และให้  $a_k$  และ  $b_k$  แทนถุงเท้าและรองเท้าที่ใส่ให้กับขาข้างที่  $k$  อันดับการใส่ถุงเท้าและรองเท้าที่ขาแต่ละข้างที่เป็นไปได้ คือ วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสัญลักษณ์ 16 ตัว  $a_1, b_1, \dots, a_8, b_8$  ซึ่ง  $a_k$  มาก่อน  $b_k$  สำหรับ  $k = 1, 2, \dots, 8$  วิธีเรียงสับเปลี่ยนสัญลักษณ์ 16 ตัวนี้มี 16! วิธี ในจำนวนวิธีเหล่านี้มีอยู่ครึ่งหนึ่งที่  $a_1$  มาก่อน  $b_1$ , มีอยู่ครึ่งหนึ่งที่  $a_2$  มาก่อน  $b_2, \dots$ , มีอยู่ครึ่งหนึ่งที่  $a_8$  มาก่อน  $b_8$  สรุปได้ว่า วิธีเรียงสับเปลี่ยนที่  $a_k$  มาก่อน  $b_k$  สำหรับ  $k = 1, 2, \dots, 8$  ทั้งหมด  $\frac{16!}{2^8}$  วิธี

5. เฉลย 4)  $\frac{11}{18}$

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right)$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right)$$

$$S_2 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$$

$$S_4 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right)$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \right)$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} (0 + 0 + 0)$$

$$= \frac{11}{18}$$

6. เฉลย 2) 10

จาก  $|z_1 + 9| = 3|z_1 + 1|$   
 จะได้  $|z_1 + 9|^2 = 9|z_1 + 1|^2$   
 $(z_1 + 9)(\bar{z}_1 + 9) = 9(z_1 + 1)(\bar{z}_1 + 1)$   
 $(z_1 + 9)(\bar{z}_1 + 9) = 9(z_1 + 1)(\bar{z}_1 + 1)$   
 $|z_1|^2 + 9z_1 + 9\bar{z}_1 + 81 = 9(|z_1|^2 + z_1 + \bar{z}_1 + 1)$   
 $|z_1|^2 + 9z_1 + 9\bar{z}_1 + 81 = 9|z_1|^2 + 9z_1 + 9\bar{z}_1 + 9$   
 $72 = 8|z_1|^2$   
 $9 = |z_1|^2 \dots(1)$   
 พิจารณา  $|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2)$   
 $= (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2)$   
 $= |z_1|^2 + z_1 \bar{z}_2 + z_2 \bar{z}_1 + |z_2|^2$   
 $= |z_1|^2 + |z_2|^2 \quad (\because z_1 \bar{z}_2 + z_2 \bar{z}_1 = 0)$   
 $= 9 + 1 \quad (\because |z_1|^2 = 9, |z_2|^2 = 1)$   
 $= 10$

7. เฉลย 3)  $(-\infty, 0)$

ฟังก์ชัน  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$  มีค่าลดลงในช่วงที่  $f'(x) < 0$   
 $f'(x) = \frac{(x^2 + 4)(2x) - x^2(2x)}{(x^2 + 4)^2}$   
 แก้อสมการ  $f'(x) < 0$   
 $\frac{(x^2 + 4)(2x) - x^2(2x)}{(x^2 + 4)^2} < 0$   
 $(x^2 + 4)(2x) - x^2(2x) < 0$   
 $8x < 0$   
 $x < 0$   
 ดังนั้น  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$  มีค่าลดลงในช่วง  $(-\infty, 0)$