

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 4 (ตอนที่ 2/5)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



นักเรียนไปรดทราย

โดยช่วงตั้งแต่ 26 พ.ค.-9 ต.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 20 จำนวน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 3 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ 15 จากสิ่งที่ทราบข้างต้น สามารถวิเคราะห์ได้ว่า ค่าของ

$$\frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2}{20} \text{ ตรงกับข้อใด}$$

- มีค่าน้อยกว่า 5
 - มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 5 แต่น้อยกว่า 7
 - มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 7 แต่น้อยกว่า 9
 - มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 9
2. พาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ มีจุดยอด (h, k) สหสัมพันธ์เส้นตรง $y = k$ ผลที่ได้คือพาราโบลาที่มีสมการเป็น $y = dx^2 + ex + f$ จงหาค่าของ $a + b + c + d + e + f$

- 2b
- 2c
- 2a + 2b
- 2k

3. ให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ ซึ่ง $\frac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = -1$ ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{u}$, $\vec{v}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- $\sin(30^\circ + \theta) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$
- $\cos(\theta - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$
- $\tan(\theta + 45^\circ)$ หาค่าไม่ได้
- $\cot(\theta - 45^\circ)$ หาค่าไม่ได้

4. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมที่มี AD, BE และ CF เป็นเส้นมัธยฐานตัดกันที่จุด O ถ้า $\vec{OE} = m\vec{AD} + n\vec{FO}$ แล้ว $m + n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{3}$
- $\frac{5}{3}$

5. ให้ $a_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{5^i}$ เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ $\{a_n\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- $\{a_n\}$ ลู่ออก
- $\{a_n\}$ ลู่เข้าสู่ $\frac{1}{4}$
- $\{a_n\}$ ลู่เข้าสู่ $\frac{5}{16}$
- $\{a_n\}$ ลู่เข้าสู่ $\frac{4}{25}$

6. ให้ n เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $n + 4 \mid n^4 + 299$ ผลบวกของ n ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 64
- 64
- 32
- 32

7. ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง a, b, c และ d เป็นลำดับเลขคณิตที่เป็นลำดับเพิ่ม และ a, b, d เป็นลำดับเรขาคณิต จงหาค่าของ $\frac{a}{d}$

- $\frac{1}{12}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3}$

เฉลย

1. เฉลย 4) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 9

เนื่องจาก $\sum_{i=1}^{20} (x_i - a)^2$ จะมีค่าน้อยสุดเมื่อ a = ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2 \geq \sum_{i=1}^{20} (x_i - 15)^2$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2}{20} \geq \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 15)^2}{20}$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2}{20} \geq \text{ความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้} \geq 3^2 = 9$$

2. เฉลย 4) 2k

ภาพสะท้อนของจุด (x, y) ข้ามเส้นตรง $y = k$ คือ $(x, 2k - y)$

จะได้ สมการของพาราโบลาที่เป็นภาพสะท้อน คือ $2k - y = ax^2 + bx + c$

หรือ $y = -ax^2 - bx + (2k - c)$

เทียบสัมประสิทธิ์กับสมการโจทย์ $y = dx^2 + ex + f$

ได้ $d = -a, e = -b, f = 2k - c$

ดังนั้น $a + b + c + d + e + f = 2k$

3. เฉลย 2) $\cos(\theta - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

$\therefore |\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta$ และ $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$

$$\therefore \frac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \tan \theta$$

จากโจทย์กำหนด $\frac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = -1 \therefore \tan \theta = -1$ นั่นคือ $\theta = 135^\circ$

$$1) \sin(30^\circ + \theta) = \sin(30^\circ + 135^\circ) = \sin(165^\circ) = \sin(15^\circ)$$

$$= \sin(45^\circ - 30^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$2) \cos(\theta - 30^\circ) = \cos(135^\circ - 30^\circ) = \cos(105^\circ) = -\cos(75^\circ)$$

$$= -\cos(45^\circ + 30^\circ)$$

$$= -[\cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ]$$

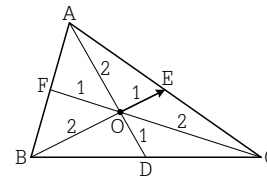
$$= -\left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}\right] = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

$$3) \tan(\theta + 45^\circ) = \tan(135^\circ + 45^\circ) = \tan(180^\circ) = 0$$

$$4) \cot(\theta - 45^\circ) = \cot(135^\circ - 45^\circ) = \cot(90^\circ) = 0$$

4. เฉลย 2) $\frac{2}{3}$

จากโจทย์กำหนดให้ วาดรูปได้ดังนี้



เส้นมัธยฐานตัดกันที่จุด O จุด O จะแบ่งเส้นมัธยฐานเป็นอัตราส่วน 2 : 1

$$\vec{OE} = \vec{OC} + \vec{CE}$$

$$= 2\vec{FO} + (\vec{CB} + \vec{BE})$$

$$= 2\vec{FO} + 2\vec{CD} + 3\vec{OE}$$

$$\therefore -2\vec{OE} = 2\vec{FO} + 2\vec{CD}$$

$$= 2\vec{FO} + 2(\vec{CO} + \vec{OD})$$

$$= 2\vec{FO} + 2(-2\vec{FO} + \frac{1}{3}\vec{AD})$$

$$= -2\vec{FO} + \frac{2}{3}\vec{AD}$$

$$\therefore \vec{OE} = \vec{FO} - \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$\therefore m + n = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

5. เฉลย 3) $\{a_n\}$ ลู่เข้าสู่ $\frac{5}{16}$

$$\text{ให้ } S = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots \quad \dots(1)$$

$$(1) \text{ คูณด้วย } \frac{1}{5} \text{ จะได้ } \frac{1}{5} S = \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots \quad \dots(2)$$

$$(1) - (2) ; \text{ จะได้ } \frac{4}{5} S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$$

$$\frac{4}{5} S = \frac{\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{4}$$

$$S = \frac{5}{16}$$

6. เฉลย 1) -64

$$\text{ให้ } P(n) = n^4 + 299$$

จะได้ว่า $P(n)$ หารด้วย $n + 4$ เหลือเศษ $P(-4) = (-4)^4 + 299 = 256 + 299 = 555$

ดังนั้น $P(n) = n^4 + 299 = (n + 4)Q(n) + 555$

แต่ $n + 4 \mid n^4 + 299$ นั่นคือ $n + 4 \mid (n + 4)Q(n) + 555$

$$n + 4 \mid 555$$

จำนวนเต็มทั้งหมดที่หาร 555 ลงตัว คือ $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15, \pm 37, \pm 111, \pm 185, \pm 555$

จะได้ว่า $n + 4 = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm 555$

$$n = \pm 1 - 4, \pm 3 - 4, \dots, \pm 555 - 4$$

ดังนั้น ผลบวกของ n ที่เป็นไปได้ทั้งหมด คือ $(-4) \times 16 = -64$

7. เฉลย 3) $\frac{1}{4}$

จากโจทย์ $b = a + r, c = a + 2r$ และ $d = a + 3r$ เมื่อ r เป็นจำนวนจริงบวก

และ $b^2 = ad$ (จากสมบัติลำดับเรขาคณิต)

$$\therefore (a + r)^2 = a(a + 3r)$$

จะได้ $r = a$ และ $d = a + 3a = 4a$

$$\text{ดังนั้น } \frac{a}{d} = \frac{a}{4a} = \frac{1}{4}$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaw.com