นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 12 มิถุนายน 2558

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์

ชุดที่ 4 (ตอนที่ 1/5)

เดลินิวส์ ร่วมกับ นักเรียนโปรดทราบ

บัณฑิตแนะแนว

โดยช่วงตั้งแต่ 26 พ.ค.-9 ต.ค. 58 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & a-2 & -1 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & -1 & a \end{bmatrix}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ถ้า $M_{13}(A) = 0$ แล้ว จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\det(A) = 0$ ข. $C_{12}(A) = 2$

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.
2) ถูกเฉพาะข้อ ก.
3) ถูกเฉพาะข้อ ข.
4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

2. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงและ $A = \begin{bmatrix} 1 & b & c \\ -1 & 0 & a \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ ถ้า $C_{21}(A) = -2$ และ $\det(A) = 8$ แล้ว $a^2 + 2b + 3c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8

3. กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ใดๆ ประพจน์ประกอบในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ

1) $((p \Rightarrow q) \wedge (\sim p)) \Rightarrow (\sim q)$
2) $((p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)) \Rightarrow (\sim p)$
3) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow (\sim q)$
4) $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$

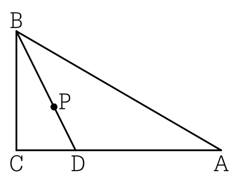
4. กำหนด $A = \{\phi, 0, 1, \{0, 1\}\}$ จำนวนสมาชิกของ $[A \times P(A)] - [P(A) \times A]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 44 2) 48 3) 56 4) 60

5. กำหนดให้ $A = \{1, \phi\}$ ถ้า $B = P(A)$ จำนวนความสัมพันธ์จาก $A \cup B$ ไปยัง A มีกี่ความสัมพันธ์

1) 128 2) 256 3) 1024 4) 2048

6.



รูปสามเหลี่ยม ABC มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก $A\hat{B}C = 60^\circ$ และ AB = 10 หน่วย ให้ P เป็นจุดที่เลือกโดยสุ่มภายในสามเหลี่ยม ABC และต่อ $\overline{BP}$ ไปพบกับ $\overline{AC}$ ที่ D จงหาความน่าจะเป็นที่ $\overline{BD} > 5\sqrt{2}$ หน่วย

1) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
2) $\frac{1}{3}$
3) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$
4) $\frac{1}{2}$

7. ครูแบ่งนักเรียน 9 คนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ทั้งหมด 3 กลุ่ม ความน่าจะเป็นที่นาย A และนาย B อยู่กลุ่มที่ 1 เป็นเท่าใด

1) $\frac{1}{12}$
2) $\frac{1}{24}$
3) $\frac{1}{28}$
4) $\frac{1}{32}$

เฉลย

1. เฉลย 1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

$$M_{13}(A) = \begin{vmatrix} -1 & a \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - a$$

แต่ $M_{13}(A) = 0$

$\therefore\ 1 - a = 0$ นั่นคือ $a = 1$

$$\therefore\ A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ซึ่ง $\det A = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$= 0$ $\therefore$ ก. **ถูก**

และ $C_{12}(A) = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= (-1)(-1-1) = 2$ $\therefore$ ข. **ถูก**

2. เฉลย 3) 6

จาก $C_{21}(A) = -2$

จะได้ $(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} b & c \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = -2$

$-(2b + 3c) = -2$

$2b + 3c = 2$ ...(1)

จาก $\det(A) = 8$ จะได้ $3c - (-3a - 2b) = 8$

$3a + (2b + 3c) = 8$ ...(2)

แทน (1) ใน (2) ; $3a + 2 = 8$

$a = 2$

$\therefore\ a^2 + 2b + 3c = 2^2 + 2 = 6$

3. เฉลย 2) $((p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)) \Rightarrow (\sim p)$

1) $((p \Rightarrow q) \wedge (\sim p)) \Rightarrow (\sim q)$ เป็นเท็จ เมื่อ p เป็นเท็จ และ q เป็นจริง

2) ให้ A แทน $((p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)) \Rightarrow (\sim p)$ สามารถพิสูจน์ว่า A มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ ดังนี้

สมมุติ A เป็นเท็จ จะได้ว่า $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)$ เป็นจริง และ $\sim p$ เป็นเท็จ นั่นคือ **p เป็นจริง**

แต่ $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)$ เป็นจริง จะได้ $p \Rightarrow q$ เป็นจริง และ q เป็นเท็จ ดังนั้น **p เป็นเท็จ** เกิดเป็นข้อขัดแย้ง

ดังนั้น ที่สมมุติว่า A เป็นเท็จ จึงเป็นไปไม่ได้ นั่นคือ A ต้องเป็นจริง

3) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow (\sim q)$ เป็นเท็จ เมื่อ p เป็นจริง และ q เป็นจริง

4) $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$ เป็นเท็จ เมื่อ p เป็นเท็จ และ q เป็นจริง

4. เฉลย 4) 60

$\because\ n(A) = 4$

ดังนั้น $n(P(A)) = 16$

และ $n(A \times P(A)) = 4 \times 16 = 64$

จะได้จำนวนสมาชิกของ $P(A) \times A$ ที่ซ้ำกับ $A \times P(A)$ คือ (ϕ, ϕ), $(\phi, \{0, 1\})$, $(\{0, 1\}, \phi)$ และ $(\{0, 1\}, \{0, 1\})$

ดังนั้น $n[(A \times P(A)) - (P(A) \times A)] = 64 - 4 = 60$

5. เฉลย 3) 1024

จาก $A = \{1, \phi\}$ จะได้ $B = P(A) = \{\phi, \{1\}, \{\phi\}, \{1, \phi\}\}$

$\therefore\ A \cup B = \{1, \phi, \{1\}, \{\phi\}, \{1, \phi\}\}$

ดังนั้น $n(A \cup B) = 5$

จากจำนวนความสัมพันธ์จาก $A \cup B$ ไป A เท่ากับ $2^{n(A \cup B) \cdot n(A)}$

จำนวนความสัมพันธ์จาก $A \cup B$ ไป A เท่ากับ $2^{5 \times 2} = 2^{10} = 1024$

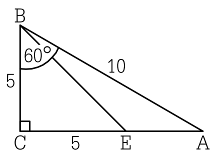
6. เฉลย 3) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

เนื่องจาก AB = 10 หน่วย จะได้ BC = 5 หน่วย และ $AC = 5\sqrt{3}$ หน่วย

เลือกจุด E บน $\overline{AC}$ โดยให้ CE = 5 หน่วย จะได้ $BE = 5\sqrt{2}$ หน่วย

เพื่อให้ BD มากกว่า $5\sqrt{2}$ หน่วย ต้องให้ P อยู่ภายใน ΔABE

ความน่าจะเป็นที่ P จะอยู่ภายใน ΔABE เท่ากับพื้นที่ของ ΔABE ÷ พื้นที่ของ ΔABC



$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot EA \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot CA \cdot BC} = \frac{EA}{AC} = \frac{5\sqrt{3} - 5}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

7. เฉลย 1) $\frac{1}{12}$

หาจำนวนวิธีในการแบ่งกลุ่มทั้งหมด

ขั้นตอนที่หนึ่ง เลือกนักเรียน 3 คน จาก 9 คน อยู่กลุ่มที่ 1 ได้ $\binom{9}{3} = 84$ วิธี

ขั้นตอนที่สอง เลือกนักเรียน 3 คน จาก 6 คน ที่เหลืออยู่กลุ่มที่ 2 ได้ $\binom{6}{3} = 20$ วิธี

ขั้นตอนที่สาม เลือกนักเรียน 3 คน จาก 3 คน ที่เหลืออยู่กลุ่มที่ 3 ได้ $\binom{3}{3} = 1$ วิธี

$\therefore$ จำนวนวิธีทั้งหมดจึงได้ $84 \times 20 \times 1$ วิธี

หาจำนวนวิธีจัดนาย A และ B อยู่กลุ่มที่ 1

ขั้นตอนที่หนึ่ง จัดนาย A และ B อยู่กลุ่มที่ 1 ได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่สอง เลือกนักเรียน 1 คน จาก 7 คน อยู่กลุ่มที่ 1 ได้ $\binom{7}{1} = 7$ วิธี

ขั้นตอนที่สาม เลือกนักเรียน 3 คน จาก 6 คน ที่เหลืออยู่กลุ่มที่ 2 ได้ $\binom{6}{3} = 20$ วิธี

ขั้นตอนที่สี่ เลือกนักเรียน 3 คน จาก 3 คน ที่เหลืออยู่กลุ่มที่ 3 ได้ $\binom{3}{3} = 1$ วิธี

$\therefore$ จำนวนวิธีที่นาย A และ B อยู่กลุ่มที่ 1 จะได้ $1 \times 7 \times 20 \times 1$ วิธี

จะได้ ความน่าจะเป็นที่นาย A และ B อยู่กลุ่มที่ 1 $= \frac{1 \times 7 \times 20 \times 1}{84 \times 20 \times 1} = \frac{1}{12}$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com