ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 13 (ตอนที่ 4/4)

โดยช่วงตั้งแต่ 3 ก.ค.-26 ต.ค. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. กำหนด ฟังก์ชัน f ดังนี้ $f(x) = \begin{cases} 2cx & \text{ถ้า } x < 4 \\ x + a & \text{ถ้า } x = 4 \\ x^2 - 6 & \text{ถ้า } x > 4 \end{cases}$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง แล้ว a + 4c มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 10 2) 11
3) 12 4) 13

2. เลือกจำนวน a และ b โดย**ไม่ซ้ำกัน**จากเซต {2, 4, 6, 8, 10} ถ้า $\log_a(\log_b(25))$ มีค่า**มากที่สุด** เมื่อ $a = a_0$ และ $b = b_0$ แล้ว $a_0 - b_0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) −8 2) −2
3) 2 4) 8

3. กำหนดลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = \dfrac{(3+\sqrt{3}i)^3}{6\sqrt{2}i}$ และ $r = 2 - 2i$ แล้ว $\dfrac{\mathrm{Im}(-S_{20})}{\mathrm{Re}(S_{20})}$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) −2 2) −1
3) 1 4) 2

4. กำหนด $A = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{|x| + \sqrt{x^2 - x^4}}{x}$

และ $B = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2(1+2+3+\ldots+n)}{(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3)}$

ค่าของ B − A ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 0 2) 2
3) 4 4) 8

5. ลูกเต๋าสิบสองหน้ามีแต้ม 1, 2, 3 และ 4 อย่างละสองหน้า และมีแต้ม 5, 6, 7 และ 8 อย่างละหน้า แต่ละหน้ามีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน ทอดลูกเต๋าดังกล่าวนี้สองลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ 6 เป็นแต้มรวมเท่ากับเท่าใด

1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{9}$
3) $\frac{1}{12}$ 4) $\frac{5}{144}$

6. กำหนด x เป็นตัวแปรอิสระ และ y เป็นตัวแปรตาม ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังตารางต่อไปนี้

x	1	3	4	5	7
y	5	6	9	11	12

ถ้า x และ y มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกัน เมื่อ x = 10 แล้ว y จะมีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 16.1 2) 16.2
3) 16.4 4) 16.6

เฉลย

1. เฉลย 2) 11

ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง แล้ว $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = f(4)$

ในที่นี้ $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = 2c(4) = 8c$

$\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = 4^2 - 6 = 10$

และ $f(4) = 4 + a$

ดังนั้น $8c = 10$

และ $4 + a = 10$

นั่นคือ $c = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ และ $a = 6$

จะได้ $a + 4c = 11$

2. เฉลย 2) −2

ให้ $x = \log_a(\log_b(25))$

จะได้ $\log_b(25) = a^x$ ...(*)

คิดว่า $\log_b(25)$ มีค่าคงตัว จะเห็นได้ว่าสำหรับ a > 1, x จะมีค่ามากที่สุด เมื่อ a มีค่าน้อยที่สุด

ดังนั้นเลือก a = 2 จากเซต {2, 4, 6, 8, 10} ทำนองเดียวกัน จาก (*) และ a = 2 จะได้ $25 = b^{(2x)}$

สำหรับ b > 1, x มีค่ามากที่สุด เมื่อ b มีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นเลือก b = 4 จากเซต {4, 6, 8, 10} สรุปว่า $a_0 = 2$ และ $b_0 = 4$ และจะได้ $a_0 - b_0 = -2$

3. เฉลย 1) −2

สูตรอนุกรมเรขาคณิต $S_{20} = \dfrac{a_1(1-r^{20})}{1-r}$

$$S_{20} = \frac{(3+\sqrt{3}i)^3}{6\sqrt{2}i} \cdot \frac{(1-(2-2i)^{20})}{1-(2-2i)}$$

$$= \frac{[\sqrt{12}(\cos 30^\circ + i\sin 30^\circ)]^3}{6\sqrt{2}(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)} \cdot \frac{\left(1-[\sqrt{8}(\cos(-45^\circ) + i\sin(-45^\circ))]^{20}\right)}{-1+2i}$$

$$= \frac{12\sqrt{12}(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)}{6\sqrt{2}\,(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)} \cdot \frac{(1-2^{30}\cos(-900^\circ) + i\sin(-900^\circ))}{-1+2i}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}(1+2^{30})}{-1+2i} = \frac{2\sqrt{6}(1+2^{30})(-1-2i)}{(-1^2)+2^2}$$

$$S_{20} = \frac{-2\sqrt{6} - 2^{31}\sqrt{6}}{5} - \left(\frac{4\sqrt{6} + 2^{32}\sqrt{6}}{5}\right)i$$

$\therefore\ \mathrm{Im}(-S_{20}) = \dfrac{4\sqrt{6} + 2^{32}\sqrt{6}}{5}$ และ $\mathrm{Re}(S_{20}) = \dfrac{-2\sqrt{6} - 2^{31}\sqrt{6}}{5}$

$$\therefore\ \frac{\mathrm{Im}(-S_{20})}{\mathrm{Re}(S_{20})} = \frac{\frac{4\sqrt{6} + 2^{32}\sqrt{6}}{5}}{\frac{-2\sqrt{6} - 2^{31}\sqrt{6}}{5}} = -2$$

4. เฉลย 3) 4

$$A = \lim_{x\to 0^-} \frac{|x| + \sqrt{x^2 - x^4}}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{|x| + |x|\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{|x|(1+\sqrt{1-x^2})}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-x(1+\sqrt{1-x^2})}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} -(1+\sqrt{1-x^2})$$

$$= -(1+\sqrt{1-0}) = -2$$

$$B = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2(1+2+3+\ldots+n)}{(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n^2(n)(n+1)}{2}}{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n(n+1)}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{2}{\left(1+\frac{1}{n}\right)} = 2$$

ดังนั้น B − A = 2 − (−2) = 4

5. เฉลย 2) $\frac{1}{9}$

จำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับ 12 × 12 = 144

แต้มรวม 6 เกิดขึ้นได้ 16 วิธี ดังนี้ ;

$(1_1 + 5), (1_2 + 5)$
$(2_1 + 4_1), (2_1 + 4_2), (2_2 + 4_1), (2_2 + 4_2)$
$(3_1 + 3_1), (3_1 + 3_2), (3_2 + 3_1), (3_2 + 3_2)$
$(4_1 + 2_1), (4_1 + 2_2), (4_2 + 2_1), (4_2 + 2_2)$
$(5 + 1_1), (5 + 1_2)$

เมื่อตัวเลขพ่วงท้ายแต้มใช้ระบุหน้าที่มีแต้มซ้ำกัน จำนวนแรกคือแต้มของลูกเต๋าลูกแรกและจำนวนที่สองคือแต้มของลูกเต๋าลูกที่สอง

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือ $\frac{16}{144} = \frac{1}{9}$

6. เฉลย 3) 16.4

จากสมการ $\Sigma y = Na + b\Sigma x$

จะได้ $(5 + 6 + 9 + 11 + 12) = 5a + b(1 + 3 + 4 + 5 + 7)$

$43 = 5a + 20b$ ...(1)

จากสมการ $\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2$

$(1)(5)+(3)(6)+(4)(9)+(5)(11)+(7)(12) = a(1+3+4+5+7)+b(1^2+3^2+4^2+5^2+7^2)$

$198 = 20a + 100b$ ...(2)

(2) − [4 × (1)] ; $26 = 20b$

$\therefore\ b = \frac{13}{10}$

แทนค่า b ใน (1) จะได้ $a = \frac{17}{5}$

จึงได้สมการของความสัมพันธ์ $y = a + bx$ คือ $y = \frac{17}{5} + \frac{13}{10}x$

$\therefore$ เมื่อ x = 10 จะได้ $y = \frac{17}{5} + \frac{13}{10}(10)$

$= \frac{17}{5} + 13 = 16.4$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.bunditnaenaew.com