นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 17 พฤศจิกายน 2560

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 11 (ตอนที่ 1/4)

เดลินิวส์ ร่วมกับ นักเรียนโปรดทราบ

โดยช่วงตั้งแต่ 31 ต.ค. 60-2 มี.ค. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ให้ $g(x) = \frac{1}{x}$ และ $h(x) = \log_2 x$ ถ้า $f(x) = x^{g(h(x))}$ แล้ว $f(666888999)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 1   2) $\sqrt{2}$

3) 2   4) 4

2. ให้ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $f = \{(x, y) \mid y = ax^2 + 4x - 7\}$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงบน $\mathbf{R}$
และ b เป็นจำนวนจริงที่**น้อยที่สุด**ที่ทำให้ $g = \{(x, y) \mid y = 4x^2 + 4x + 5$ และ $x \geq b\}$ เป็นฟังก์ชัน 1 – 1 แล้ว $f(b) + g(a)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) –8   2) –4

3) 0   4) 4

3. ผลบวกของสมาชิกทุกตัวในเซตคำตอบของสมการ $27^x - 5(9^x) - 4(3^x) + 20 = 0$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) $(\log 3)^{-1}$ 2) $-\log 3$

3) $(\log 3)^{-1} + \log 2$ 4) $\log 2 - \log 3$

4. กำหนดสมการจุดประสงค์ คือ $P = 30x + 50y$ สำหรับ $x, y \in \mathbf{R}^+$ ถ้าจุดตัดของอสมการข้อจำกัดทั้งหมด คือ (–3, –4), (0, 5), (2, 2), (1, 3) และ (1, 1) แล้วผลต่างระหว่าง**ค่าสูงสุด** และ**ค่าต่ำสุด**ของ P ตรงกับข้อใด

1) 80   2) 100

3) 340   4) 630

5. กำหนดให้ $\ln x = \log_e x$ สมการ $(\ln x)^4 + (\ln x)^2 = 2$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงกี่จำนวน

1) 0   2) 1

3) 2   4) 4

6. กำหนด a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ ซึ่ง $a_{n+3} = -2a_n$ สำหรับทุกจำนวนนับ n ถ้า $\sum_{n=1}^{6} a_n = 1$ แล้ว $\sum_{n=1}^{99} 3a_n$ เท่ากับเท่าใด

1) $2^{32} + 1$ 2) $-(2^{32} + 1)$

3) $2^{33} + 1$ 4) $-(2^{33} + 1)$

เฉลย

1. เฉลย 3) 2

ใช้สมบัติของลอการิทึมซึ่งกล่าวว่า $b^{\log_b x} = x$

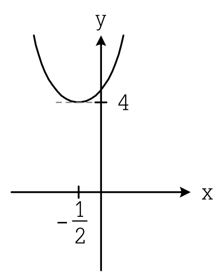
เมื่อ b = 2 จะได้
$$\begin{aligned} f(x) &= x^{g(h(x))} \\ &= x^{1/h(x)} \\ &= x^{1/\log_2 x} \\ &= (2^{\log_2 x})^{1/\log_2 x} \\ &= 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น $f(x) = 2$ สำหรับทุกค่าของ x และจะได้ $f(666888999) = 2$

2. เฉลย 2) –4

พิจารณา f คือ $y = ax^2 + 4x - 7$ เป็นพาราโบลา สำหรับ $a \neq 0$ ซึ่งไม่ทั่วถึง $\mathbf{R}$
ดังนั้น a จึงต้องเป็น 0 ซึ่งจะได้ $y = 4x - 7$ เป็นเส้นตรงซึ่งทั่วถึง $\mathbf{R}$

$\therefore$ a = 0 และ $f = \{(x, y) \mid y = 4x - 7\}$



พิจารณา g คือ $y = 4x^2 + 4x + 5 = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ เป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งมีจุดวกกลับที่ $\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$ จะเห็นว่าถ้า $b < -\frac{1}{2}$ จะสามารถหาเส้นตรงขนานแกน x ที่ตัดกราฟมากกว่า 1 จุดได้ (ไม่เป็นฟังก์ชัน 1 – 1) ดังนั้น $b \geq -\frac{1}{2}$

$\therefore$ b ที่**น้อยที่สุด** คือ $-\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore\ f(b) + g(a) &= f\left(-\frac{1}{2}\right) + g(0) \\ &= \left[4\left(-\frac{1}{2}\right) - 7\right] + [4(0)^2 + 4(0) + 5] \\ &= -9 + 5 \\ &= -4 \end{aligned}$$

3. เฉลย 1) $(\log 3)^{-1}$

$$\begin{aligned} 27^x - 5(9^x) - 4(3^x) + 20 &= 0 \\ 3^{3x} - 5(3^{2x}) - 4(3^x) + 20 &= 0 \end{aligned}$$

ให้ $A = 3^x$; $A^3 - 5A^2 - 4A + 20 = 0$

$$\begin{aligned} (A - 5)(A^2 - 4) &= 0 \\ (A - 5)(A - 2)(A + 2) &= 0 \end{aligned}$$

จะได้ A = 5 หรือ A = 2 หรือ A = –2

$3^x = 5$ หรือ $3^x = 2$ หรือ $3^x = -2$

$x = \log_3 5$ หรือ $x = \log_3 2$ ($3^x = -2$ ไม่มีคำตอบ)

$\therefore$ เซตคำตอบ คือ $\{\log_3 5, \log_3 2\}$

ผลบวกของสมาชิกทุกตัวจึงได้
$$\begin{aligned} \log_3 5 + \log_3 2 &= \log_3 5 \cdot 2 \\ &= \log_3 10 \\ &= \frac{\log 10}{\log 3} \\ &= \frac{1}{\log 3} = (\log 3)^{-1} \end{aligned}$$

4. เฉลย 2) 100

จะเห็นว่าใช้ (–3, –4) และ (0, 5) ไม่ได้ เนื่องจาก $x, y \in \mathbf{R}^+$

แทนค่า (2, 2) จะได้ P = 30(2) + 50(2) = 160

(1, 3) จะได้ P = 30(1) + 50(3) = 180

(1, 1) จะได้ P = 30(1) + 50(1) = 80

$\therefore$ ผลต่างระหว่าง**ค่าสูงสุด**และ**ค่าต่ำสุด** คือ 180 – 80 = 100

5. เฉลย 3) 2

ให้ $y = \ln x$ สมการที่กำหนดให้จะกลายเป็น

$$\begin{aligned} y^4 + y^2 &= 2 \\ y^4 + y^2 - 2 &= 0 \end{aligned}$$

ให้ $z = y^2$ จะได้ $z^2 + z - 2 = 0$

$(z + 2)(z - 1) = 0$

$z = -2$ หรือ $z = 1$

แต่ $z = y^2 \geq 0$ ดังนั้นเป็นไปไม่ได้ที่ $z = -2$

นั่นคือ $z = y^2 = 1$ จะได้ y = 1 หรือ –1

ดังนั้น x = e หรือ $x = e^{-1}$

สรุปว่า สมการที่กำหนดให้มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 จำนวน

6. เฉลย 4) $-(2^{33} + 1)$

จากโจทย์กำหนด $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1$

จาก $a_{n+3} = -2a_n$ $\therefore$ $a_4 = -2a_1$, $a_5 = -2a_2$, $a_6 = -2a_3$

จะได้ $a_1 + a_2 + a_3 - 2a_1 - 2a_2 - 2a_3 = 1$

$\therefore$ $a_1 + a_2 + a_3 = -1$ ...(1)

คูณด้วย –2 ; $-2a_1 - 2a_2 - 2a_3 = 2$

$a_4 + a_5 + a_6 = 2$ ...(2)

คูณด้วย –2 ; $-2a_4 - 2a_5 - 2a_6 = -4$

$a_7 + a_8 + a_9 = -4$ ...(3)

$\vdots$

$a_{97} + a_{98} + a_{99} = -2^{32}$ ...(33)

(1) + (2) + (3) + ... + (33) ;

$$(a_1 + a_2 + a_3) + \ldots + (a_{97} + a_{98} + a_{99}) = \underbrace{-1 + 2 - 4 + \ldots - 2^{32}}_{\text{อนุกรมเรขาคณิต}}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{99} a_n &= \frac{-1\left(1 - (-2)^{33}\right)}{1 - (-2)} \\ &= \frac{2^{33} + 1}{-3} \end{aligned}$$

ที่มี a = –1, r = –2, n = 33

$$\begin{aligned} \therefore\ \sum_{n=1}^{99} 3a_n &= 3\sum_{n=1}^{99} a_n \\ &= 3\left(\frac{2^{33} + 1}{-3}\right) \\ &= -(2^{33} + 1) \end{aligned}$$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com