

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 10 (ตอนที่ 4/4)

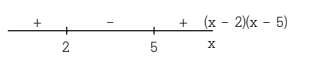


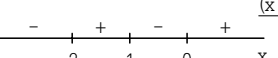
โดยช่วงตั้งแต่ 4 ก.ค.-27 ต.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ด้วยนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

- ถ้า $x + a$ ทหาร $x^2 - ax + 4$ และ $4x^2 + ax - 5$ แล้วเหลือเศษเท่ากัน แล้ว $|a|$ มีค่าตรงกับข้อใด
1) 2 2) 3
3) $\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{3}$
- ให้ $A = \{x \mid (x-3)^2 - |x-3| - 2 < 0\}$ และ $B = \left\{x \mid x + \frac{2}{x} > -3\right\}$
แล้ว $A \cup B$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้
1) $[-2, \infty)$ 2) $[-1, \infty)$
3) $[0, \infty)$ 4) $(-\infty, -1]$
- สำนักงานบัญชีแห่งหนึ่งมีพนักงาน 20 คน เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานเท่ากับ 40,000 บาท และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10,000 บาท ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงาน 19 คน มีค่าเท่ากับ 1.5 แล้ว พนักงานอีก 1 คนที่เหลือมีเงินเดือนกี่บาท
1) 25,000 บาท 2) 37,500 บาท
3) 42,500 บาท 4) 65,000 บาท
- นาย A และนาย B เล่นเกมชนิดหนึ่ง ซึ่งถ้านาย A ชนะเกมนี้ 1 ครั้งจะได้เงินจากนาย B 5 บาท แต่ถ้าแพ้จะต้องเสียเงินให้นาย B 2 บาท ถ้าทั้งสองคนเล่นเกมชนิดนี้เป็นจำนวน 10 ครั้ง โดยไม่มีการเสมอ ข้อใด **ไม่มี**ทางเกิดขึ้น
1) นาย A ได้เงิน 29 บาท จากนาย B
2) นาย A ได้เงิน 8 บาท จากนาย B
3) นาย A เสียเงิน 6 บาท ให้นาย B
4) นาย A เสียเงิน 14 บาท ให้นาย B
- ถ้ากราฟแจกแจงคะแนนสอบของนักเรียนเป็นไปตามสมการ $y = 1 - x$ เมื่อ $x \in [0, 1]$ แล้วส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
1) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ 2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
3) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ 4) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

เฉลย

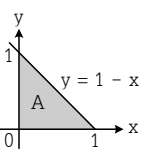
- 1. เฉลย 2) 3**
เศษที่เหลือจากการหาร $x^2 - ax + 4$ ด้วย $x + a$
คือ $(-a)^2 - a(-a) + 4 = 2a^2 + 4$
เศษที่เหลือจากการหาร $4x^2 + ax - 5$ ด้วย $x + a$
คือ $4(-a)^2 + a(-a) - 5 = 3a^2 - 5$
 $\therefore 2a^2 + 4 = 3a^2 - 5$
 $a^2 = 9$
 $|a| = 3$

- 2. เฉลย 1) $[-2, \infty)$**
ขั้นที่ 1 ทา A
แก้อสมการ $(x-3)^2 - |x-3| - 2 < 0$
แยกพิจารณาเป็น 2 กรณี
กรณีที่ 1 ; $x \geq 3$ จะได้ $|x-3| = x-3$ |กรณีที่ 2 ; $x < 3$ จะได้ $|x-3| = -x+3$
และ $(x-3)^2 - (x-3) - 2 < 0$ และ $(x-3)^2 - (-x+3) - 2 < 0$
 $x^2 - 6x + 9 - x + 3 - 2 < 0$ และ $x^2 - 6x + 9 + x - 3 - 2 < 0$
 $x^2 - 7x + 10 < 0$ และ $x^2 - 5x + 4 < 0$
 $(x-2)(x-5) < 0$ และ $(x-1)(x-4) < 0$

ในกรณีนี้ อสมการเป็นจริงเมื่อ $3 \leq x < 5$ |ในกรณีนี้ อสมการเป็นจริงเมื่อ $1 < x < 3$
สรุปได้ว่า $A = \{x \mid (x-3)^2 - |x-3| - 2 < 0\}$
 $= [3, 5) \cup (1, 3)$
 $= (1, 5)$

- ขั้นที่ 2 ทา B**
แก้อสมการ $x + \frac{2}{x} > -3$
 $x + \frac{2}{x} + 3 > 0$
 $\frac{x^2 + 2 + 3x}{x} > 0$
 $\frac{(x+2)(x+1)}{x} > 0$

ดังนั้น $B = \left\{x \mid x + \frac{2}{x} > -3\right\} = (-2, -1) \cup (0, \infty)$
จะได้ $A \cup B = (1, 5) \cup (-2, -1) \cup (0, \infty)$
 $= (-2, -1) \cup (0, \infty)$

- 3. เฉลย 1) 25,000 บาท**
เนื่องจากผลรวมของค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงานทุกคนเท่ากับ 0
แต่ผลรวมของค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงาน 19 คน มีค่าเท่ากับ 1.5
ดังนั้น ค่ามาตรฐานของเงินเดือนของพนักงานอีก 1 คน ที่เหลือต้องเท่ากับ -1.5
ให้ x แทนเงินเดือนของพนักงานคนที่เหลือนี้ จะได้ว่า
 $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
 $-1.5 = \frac{x - 40,000}{10,000}$
 $x = 25,000$
ดังนั้น เงินเดือนของพนักงานคนที่เหลือเท่ากับ 25,000 บาท

- 4. เฉลย 4) นาย A เสียเงิน 14 บาท ให้นาย B**
ให้ x เป็นจำนวนครั้งที่ A ชนะ และ y เป็นจำนวนครั้งที่ A แพ้
จะได้ว่า $x + y = 10$ และเงินที่นาย A ได้ คือ $5x - 2y$
 $\therefore x + y = 10 \therefore y = 10 - x$
 \therefore เงินที่นาย A ได้ คือ $5x - 2(10 - x) = 7x - 20$
 $\therefore x \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\} \therefore 7x - 20 \in \{-20, -13, -6, 1, 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50\}$
ซึ่ง $-14 \notin \{-20, \dots, 50\}$
ดังนั้น **ไม่สามารถ**เกิดการที่นาย A เสียเงิน 14 บาท ให้นาย B

- 5. เฉลย 1) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$**
พิจารณาพื้นที่ใต้กราฟ $y = 1 - x$ เมื่อ $x \in [0, 1]$

 $A = \int_0^1 (1-x)dx = \left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2}$
หา Q_3 โดยหา $a \in [0, 1]$ ซึ่ง $\int_0^a (1-x)dx = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2}\right)$
 $\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^a = \frac{3}{8}$
 $a - \frac{a^2}{2} = \frac{3}{8}$
 $4a^2 - 8a + 3 = 0$
 $(2a-1)(2a-3) = 0$
 $a = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ แต่ $a \in [0, 1]$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$
 $\therefore Q_3 = \frac{1}{2}$

- หา Q_1 โดยหา $b \in [0, 1]$ ซึ่ง $\int_0^b (1-x)dx = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)$
 $\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^b = \frac{1}{8}$
 $b - \frac{b^2}{2} = \frac{1}{8}$
 $4b^2 - 8b + 1 = 0$
 $b = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{8} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ แต่ $b \in [0, 1]$
 $\therefore b = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore Q_1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$
 $= \frac{1 - \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{2}$
 $= \frac{\sqrt{3}-1}{4}$