นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 18 สิงหาคม 2560

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 10 (ตอนที่ 2/4)

เดลินิวส์ นักเรียน ร่วมกับ โปรดทราบ

โดยช่วงตั้งแต่ 4 ก.ค.-27 ต.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

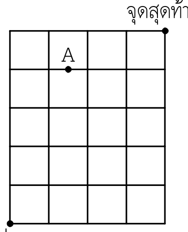
1. ค่าของ $(\log_a b - 1)(\log_b a + 1)$ เท่ากับเท่าใด

1) $\log_a b - \log_b a$ 2) $\log_b a - \log_a b$

3) $(\log_b a)^2 - (\log_a b)^2$ 4) $(\log_a b)^2 - (\log_b a)^2$

2. กำหนดการเดินจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสุดท้าย ทำได้เพียงเดินขึ้นเหนือทีละ 1 ช่อง หรือไปทางตะวันออกทีละ 1 ช่องเท่านั้น ความน่าจะเป็นที่เดินอย่างสุ่มแล้วผ่านจุด A มีค่าตรงกับข้อใด

จุดสุดท้าย



จุดเริ่มต้น

1) $\frac{2}{21}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $\frac{5}{42}$ 4) $\frac{8}{63}$

3. กำหนด n เป็นจำนวนนับคู่ใดๆ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$

ข. $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \ldots + \binom{n}{n} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \ldots + \binom{n}{n-1}$

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

4. ค่าของ $\sum_{j=1}^{9}\left(\frac{1}{j}\sqrt{\sum_{i=1}^{j} i^3}\right)$ ตรงกับข้อใด

1) 27 2) 27.5 3) 54 4) 54.5

5. ให้ A, B และ C เป็นจุดซึ่ง AB = 9 หน่วย, AC = 8 หน่วย และ ABC = 60° จะมีค่าที่เป็นไปได้ของ BC สองค่า สมมติ b คือค่าที่**มากกว่า**ของ BC และ s คือค่าที่**น้อยกว่า**ของ BC แล้ว b − s มีค่าเท่ากับกี่หน่วย

1) $\frac{13}{2}$ 2) 13

3) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 4) $\sqrt{13}$

6. กำหนด L เป็นเส้นตรงที่ขนานแกน Y และ A เป็นจุดคงที่นอกเส้นตรง L จงหาว่า $\left\{P(x, y) \mid \frac{PA}{PL} = 2\right\}$ เป็นภาคตัดกรวยชนิดใด เมื่อ PL หมายถึง ระยะห่างระหว่างจุด P กับเส้นตรง L

1) วงกลม 2) พาราโบลา

3) วงรี 4) ไฮเพอร์โบลา

เฉลย

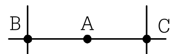
1. เฉลย 1) $\log_a b - \log_b a$

$$(\log_a b - 1)(\log_b a + 1) = \left(\frac{\log b}{\log a} - 1\right)\left(\frac{\log a}{\log b} + 1\right)$$
$$= \left(\frac{\log b - \log a}{\log a}\right)\left(\frac{\log a + \log b}{\log b}\right)$$
$$= \frac{(\log b)^2 - (\log a)^2}{\log a \cdot \log b}$$
$$= \frac{(\log b)^2}{\log a \cdot \log b} - \frac{(\log a)^2}{\log a \cdot \log b}$$
$$= \frac{\log b}{\log a} - \frac{\log a}{\log b}$$
$$= \log_a b - \log_b a$$

2. เฉลย 3) $\frac{5}{42}$

วิธีการเดินทางทั้งหมด เหมือนการเรียงสับเปลี่ยน N (เดินขึ้นเหนือ) 5 ตัว และ E (เดินไปทางตะวันออก) 4 ตัว ซึ่งทำได้ $\frac{9!}{5!4!} = 126$ วิธี

วิธีเดินผ่านจุด A หาโดยการบังคับเดินผ่าน $\overline{BC}$ เมื่อ $\overline{BC}$ คือ



ซึ่งแบ่งเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. เดินจากจุดเริ่มต้นไปจุด B คือ การเรียงสับเปลี่ยน N 4 ตัว และ E 1 ตัว ซึ่งทำได้ $\frac{5!}{4!1!} = 5$ วิธี
2. เดินจากจุด B ผ่านจุด A ไปยังจุด C ได้ 1 วิธี
3. เดินจากจุด C ไปยังจุดสุดท้าย คือ การเรียงสับเปลี่ยน N 1 ตัว และ E 2 ตัว ซึ่งทำได้ $\frac{3!}{1!2!} = 3$ วิธี

∴ วิธีเดินทั้งหมดที่ผ่านจุด A คือ $5 \times 1 \times 3 = 15$ วิธี

∴ ความน่าจะเป็นที่เดินอย่างสุ่มแล้วผ่านจุด A; $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{15}{126} = \frac{5}{42}$

3. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

จากทฤษฎีบททวินาม

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n}b^n$$

ก. แทนค่า $a = b = 1$ จะได้ $2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n}$ ∴ ก. **ถูก**

ข. แทนค่า $a = 1, b = -1$ จะได้

$$0^n = \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \ldots + \binom{n}{n} \quad (\because\ n \text{ เป็นจำนวนนับคู่})$$

$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \ldots + \binom{n}{n-1}$ ∴ ข. **ถูก**

4. เฉลย 1) 27

$$\sum_{i=1}^{j} i^3 = \left[\frac{j(j+1)}{2}\right]^2$$
$$\sqrt{\sum_{i=1}^{j} i^3} = \sqrt{\left(\frac{j(j+1)}{2}\right)^2} = \frac{j(j+1)}{2}$$
$$\frac{1}{j}\sqrt{\sum_{i=1}^{j} i^3} = \frac{1}{j}\left(\frac{j(j+1)}{2}\right) = \frac{j+1}{2}$$
$$\sum_{j=1}^{9}\left(\frac{1}{j}\sqrt{\sum_{i=1}^{j} i^3}\right) = \sum_{j=1}^{9}\frac{j+1}{2} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{9} j + \sum_{j=1}^{9}\frac{1}{2}$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{9(10)}{2}\right) + 9\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{45}{2} + \frac{9}{2} = 27$$

5. เฉลย 4) $\sqrt{13}$

ให้ x คือค่าหนึ่งที่เป็นไปได้ของ BC แล้ว จากกฎของโคไซน์จะได้

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot AB \cdot \cos 60^\circ$$
$$8^2 = 9^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot 9 \cdot \frac{1}{2}$$
$$x^2 - 9x + 17 = 0$$
$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(1)(17)}}{2(1)}$$
$$= \frac{9 \pm \sqrt{13}}{2}$$

ดังนั้น $b = \frac{9 + \sqrt{13}}{2}$

และ $s = \frac{9 - \sqrt{13}}{2}$

จะได้ $b - s = \sqrt{13}$

6. เฉลย 4) ไฮเพอร์โบลา

สมมติ A(a, b) เป็นจุดคงที่ และ L : x = c

ให้ P(x, y) เป็นจุดใดๆ บนระนาบ

จาก $\frac{PA}{PL} = 2$

จะได้ $\frac{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}}{|x-c|} = 2$

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = 2|x - c|$$
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = 4(x - c)^2$$
$$[x - a - 2(x - c)][x - a + 2(x - c)] + (y - b)^2 = 0$$
$$(-x - a + 2c)(3x - a - 2c) + (y - b)^2 = 0$$
$$-3x^2 + (-2a + 8c)x + a^2 - 4c^2 + (y - b)^2 = 0$$
$$(y - b)^2 - 3\left[x^2 + \left(\frac{2a - 8c}{3}\right)x\right] = 4c^2 - a^2$$
$$(y - b)^2 - 3\left[x^2 + \left(\frac{2a - 8c}{3}\right)x + \left(\frac{2a - 8c}{6}\right)^2\right] = 4c^2 - a^2 - 3\left(\frac{2a - 8c}{6}\right)^2$$
$$(y - b)^2 - 3\left(x + \frac{a - 4c}{3}\right)^2 = -\frac{4}{3}(a - c)^2$$

$\because\ a \neq c \quad \therefore\ -\frac{4}{3}(a - c)^2 \neq 0$

∴ จึงเป็นสมการไฮเพอร์โบลา

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com