นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 20 เมษายน 2561

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 12 (ตอนที่ 2/4)

เดลินิวส์ นักเรียน ร่วมกับ โปรดทราบ

โดยช่วงตั้งแต่ 6 มี.ค.-29 มิ.ย. 61 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ผลบวกของสมาชิกในเซต $\{\theta \in (0, 2\pi) \mid 4(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)(1 + \cos^2\theta) = 3\}$ ตรงกับข้อใด

1) π 2) 2π 3) 3π 4) 4π

2. กำหนดจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ดังตารางต่อไปนี้

เซต	$A \cup B$	$B \cup C$	$C \cup A$	$A \cap B \cap C$
จำนวนสมาชิก	59	44	36	15

ค่าของ $n(A \cup B \cup C) + n(A) + n(B) + n(C)$ เท่ากับข้อใด

1) 124 2) 144 3) 154 4) 169

3. ถ้า $\bar{u} = (1, 1, -2)$ สามารถเขียนได้ในรูป $\bar{u} = r(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ แล้ว $\tan(\alpha + \beta + \gamma)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{-2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{4-\sqrt{10}}$ 2) $\frac{-2(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{4-\sqrt{10}}$

3) $\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\sqrt{10}-2}$ 4) $\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{\sqrt{10}-2}$

4. ค่าของ $\frac{1}{2+\log_a b^2c^2} + \frac{1}{2+\log_b a^2c^2} + \frac{1}{2+\log_c a^2b^2}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) $\log_2 abc$ 4) $\log abc$

5. เซตคำตอบของอสมการ $|x + 1| < |2x + 1|$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ 2) $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup [1, \infty)$

3) $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (0, \infty)$ 4) $(-1, 1)$

เฉลย

1. เฉลย 4) 4π

พิจารณา

$$4(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)(1 + \cos^2\theta) = 3$$
$$4(1 - \sin^2\theta)(1 + \cos^2\theta) + 1 = 4$$
$$4\cos^2\theta(1 + \cos^2\theta) + 1 = 4$$
$$4\cos^2\theta + 4\cos^4\theta + 1 = 4$$
$$(2\cos^2\theta + 1)^2 = 4$$
$$2\cos^2\theta + 1 = 2, -2$$
$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$$ (ค่าลบไม่ใช้เพราะ $\cos^2\theta \geq 0$)
$$\cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\therefore\ \theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$\therefore$ เซตคำตอบคือ $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

และผลบวกของสมาชิกในเซตเท่ากับ $\frac{\pi + 3\pi + 5\pi + 7\pi}{4} = 4\pi$

2. เฉลย 3) 154

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$
$$n(A \cup B \cup C) + n(A) + n(B) + n(C) = [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] + [n(B) + n(C) - n(B \cap C)] + [n(C) + n(A) - n(C \cap A)] + n(A \cap B \cap C)$$
$$= n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A) + n(A \cap B \cap C)$$
$$= 59 + 44 + 36 + 15 = 154$$

3. เฉลย 1) $\frac{-2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{4-\sqrt{10}}$

$$\because\ |\bar{u}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$$
$$\therefore\ \bar{u} = (1, 1, -2) = \sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$$
$$\therefore\ \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}} \rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$
$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{6}} \rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$
$$\cos\gamma = \frac{-2}{\sqrt{6}} \rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$$
$$\therefore\ \alpha + \beta + \gamma = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) + \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) + \arccos\left(\frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$$
$$= \arctan(\sqrt{5}) + \arctan(\sqrt{5}) + \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{-2}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}\sqrt{5}}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{-2}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{2\sqrt{5}}{-4}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{-2}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{\frac{2\sqrt{5}}{-4} + \frac{\sqrt{2}}{-2}}{1 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{-4}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{-2}\right)}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{\frac{-2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{4}}{1 - \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{4}}\right)$$
$$= \arctan\left(\frac{-2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{4-\sqrt{10}}\right)$$
$$\therefore\ \tan(\alpha + \beta + \gamma) = \frac{-2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{4-\sqrt{10}}$$

4. เฉลย 1) $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2+\log_a b^2c^2} = \frac{1}{\log_a a^2 + \log_a b^2c^2} = \frac{1}{\log_a a^2b^2c^2} = \frac{1}{2\log_a abc} = \frac{\log a}{2\log abc}$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้ $\frac{1}{2+\log_b a^2c^2} = \frac{\log b}{2\log abc}$

และ $\frac{1}{2+\log_c a^2b^2} = \frac{\log c}{2\log abc}$

จากโจทย์จะได้ $\frac{1}{2+\log_a b^2c^2} + \frac{1}{2+\log_b a^2c^2} + \frac{1}{2+\log_c a^2b^2}$

$$= \frac{\log a + \log b + \log c}{2\log abc} = \frac{\log abc}{2\log abc} = \frac{1}{2}$$

5. เฉลย 3) $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (0, \infty)$

แยกพิจารณาเป็น 4 กรณี

กรณีที่ 1 ; $x + 1 \geq 0$ และ $2x + 1 \geq 0$

ในกรณีนี้ $x \geq -1$ และ $x \geq -\frac{1}{2}$ นั่นคือ $x \geq -\frac{1}{2}$

$$|x + 1| < |2x + 1|$$
$$x + 1 < 2x + 1$$
$$x > 0$$

ได้คำตอบจากกรณีนี้เป็น $x > 0$

กรณีที่ 2 ; $x + 1 \geq 0$ และ $2x + 1 < 0$

ในกรณีนี้ $x \geq -1$ และ $x < -\frac{1}{2}$ นั่นคือ $-1 \leq x < -\frac{1}{2}$

$$|x + 1| < |2x + 1|$$
$$x + 1 < -(2x + 1)$$
$$3x < -2$$
$$x < -\frac{2}{3}$$

แต่ $-1 \leq x < -\frac{1}{2}$ ดังนั้นได้คำตอบจากกรณีนี้เป็น $-1 \leq x < -\frac{2}{3}$

กรณีที่ 3 ; $x + 1 < 0$ และ $2x + 1 \geq 0$

ในกรณีนี้ $x < -1$ และ $x \geq -\frac{1}{2}$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

กรณีที่ 4 ; $x + 1 < 0$ และ $2x + 1 < 0$

ในกรณีนี้ $x < -1$ และ $x < -\frac{1}{2}$ นั่นคือ $x < -1$

$$|x + 1| < |2x + 1|$$
$$-(x + 1) < -(2x + 1)$$
$$x < 0$$

แต่ $x < -1$ ดังนั้นได้คำตอบจากกรณีนี้เป็น $x < -1$

สรุปว่า เซตคำตอบของอสมการที่กำหนดให้ คือ

$(0, \infty) \cup \left[-1, -\frac{2}{3}\right) \cup \phi \cup (-\infty, -1)$ หรือ $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (0, \infty)$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com